Idiolektik und Mathematikdidaktik –

Kann die Mathematikdidaktik von der Idiolektik profitieren?

Schriftliche Arbeit zur Erlangung des Grades „Master of Arts (M.A.)“
des Weiterbildungsstudiengangs
„Berufsbegleitende Lehrerbildung (Mathematik)“
BeLbiM
der Mathematischen Fakultät der Christian-Alberts-Universität zu Kiel

vorgelegt von
Valérie Waldvogel

Erstgutachterin: Prof. Dr. Bärbel Barzel
Zweitgutachter: Prof. Dr. Aiso Heinze

Villnachern, 30. November 2018

Inhaltsverzeichnis

1 EINLEITUNG 3

1.1 BEDEUTUNG DES THEMAS 3
1.2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN UND FORSCHUNGSSTAND 4
1.2.1 WAS IST IDIOLEKTIK? 4
1.2.2 DIE PHILOSOPHIE DER IDIOLEKTIK 6
1.1.1 DAS BIOLOGISCHE KONZEPT DER IDIOLEKTIK 7
1.2.3 DAS METHODISCHE KONZEPT: DIE KUNST DES IDIOLEKTISCHEN FRAGENS 12
1.2.4 HISTORIE: WOHER KOMMT IDIOLEKTIK? 15
1.2.5 DIE BEDEUTUNG VON SPRACHE IN DER MATHEMATIKDIDAKTIK 17
1.2.6 DIE BEDEUTUNG VON SPRACHREGISTERN IN DER IDIOLEKTIK 24
1.3 PROBLEMSTELLUNG, ZIEL DER ARBEIT, HYPOTHESEN UND LEITFRAGEN 25

2 UNTERSUCHUNG (EMPIRISCHER TEIL) 28

2.1 UNTERSUCHUNGSANSATZ, METHODISCH-METHODOLOGISCHE ASPEKTE 28
2.2 ART UND ANLAGE DER STUDIE 30
2.3 DURCHFÜHRUNG DER STUDIE 36
2.3.1 BEARBEITUNG LERNUMGEBUNG UND GESPRÄCH MIT SCHÜLER 1 36
2.3.2 BEARBEITUNG LERNUMGEBUNG UND GESPRÄCH MIT SCHÜLERIN 2 44
2.3.3 BEARBEITUNG LERNUMGEBUNG UND GESPRÄCH MIT SCHÜLERIN 3 48
2.3.4 BEARBEITUNG LERNUMGEBUNG UND GESPRÄCH MIT SCHÜLERIN 4 54
2.4 ERGEBNISSE 61

3 INTERPRETATION, SCHLUSSFOLGERUNGEN, WEITERFÜHRENDE FRAGEN 69

3.1 ERKENNTNISSE AUS DEN LEHR-LERN-SETTTINGS 69
3.2 ERKENNTNISSE AUS DEN IDIOLEKTISCHEN GESPRÄCHEN 70
3.3 BEANTWORTUNG DER FRAGESTELLUNG(EN) 71

4 ZUSAMMENFASSUNG 73

5 LITERATURVERZEICHNIS 74

6 ABBILDUNGSVERZEICHNIS 79

1 Einleitung

1.1 Bedeutung des Themas

Idiolektik ist eine auf schlichten Fragen aufbauende Gesprächsmethode. Wer sich damit befasst, kommt von ihr kaum mehr los. Sie überzeugt durch Einfachheit und Kürze. Trotzdem ist sie effektiv und bringt Menschen jeden Alters dazu, mehr über sich selber und ihr implizites Wissen zu erfahren. Als Methode ist sie klar. Der Zugang zu den eigenen Ressourcen geschieht über die Eigensprache, über Bilder und Metaphern. Das Gegenüber wird wahr- und ernst genommen. Die konstruktiven Prozesse, die sich abspielen, sind höchst individuell, und es braucht Formen der Kooperation, damit sie in Gang gesetzt werden.

Als sprachaffine und sprachsensible Mathematikdidaktikerin fasziniert mich die Art und Weise, wie Idiolektik funktioniert, worin die Vorteile des idiolektischen Fragens bestehen und was damit erreicht werden kann. Viele Grundzüge der Idiolektik (Grundhaltung, Individualität, Sprachsensibilität, Vernetzung von Sprache, Emotion und Bild, Unterscheidung in implizites und explizites Wissen, Erkenntnisprozesse und Ressourcenorientierung, etc.) finden sich auch in der heutigen Mathematikdidaktik wieder. Nur gibt es bis jetzt kaum nutzbare Gegenüberstellungen. Es lässt sich höchstens erahnen, dass sich gewisse Prinzipien innerhalb der Methoden vergleichen lassen. Decken sich grundlegende Aspekte? Lassen sich idiolektische Ansätze im mathematikdidaktischen Kontext nutzen oder widersprechen sie sich gar? Dies gilt es zu untersuchen. Auf dem Weg dahin interessieren zudem Entstehung, Entwicklung und erkenntnistheoretische Verortung der an Bedeutung zunehmenden Methode. Fakt ist das Bestehen einer Gesellschaft für Idiolektik und Gesprächsführung, die sich zum Ziel gesetzt hat, die Methode weiterzuentwickeln, darüber zu forschen und sie zu verbreiten. In der Literatur lassen sich Verknüpfungen zu Bezugsdisziplinen und Forschungsergebnissen festmachen, ebenso Bezüge zu unterschiedlichen Anwendungsfeldern. Auch wurden ein Diplom-Studiengang zum Basiszertifikat Idiolektik sowie eine Graduierten-Ausbildung zur/zum Kurztherapeuten/in und Berater/in nach der idiolektischen Methode konzipiert. Es gibt also ernsthafte Bestrebungen um die Wissenschaftlichkeit der Methode bzw. um verlässliche Konzepte und eine nutzbare Theorie.

Ein auf die Eigensprache des Menschen bezogenes Fragen führt nach Ansicht von Idiolektikern zu besserem Verständnis, tieferer Einsicht und Erkenntnis über sich selbst. Von sprachsensiblem Mathematikunterricht und Verständnis durch Darstellungsvernetzung sprechen die Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker. Verstanden zu werden ist einer der existentiellen Wünsche des Menschen. Menschen möchten aber auch verstehen. Ist die Idiolektik für das eine und die Mathematikdidaktik für das andere zuständig? Oder bedingen sich die Bestrebungen gegenseitig? Was verbindet die beiden Disziplinen, und was unterscheidet sie voneinander? Zudem interessiert die Frage, wo und in welcher Form die Idiolektik in der Lehrerinnenaus und -weiterbildung sowie im Berufsfeld von amtierenden Lehrpersonen ihre Berechtigung finden könnte. In einem ersten Teil sollen Kernbestände beider Disziplinen aufgenommen und aufeinander bezogen werden. Darauf folgt eine kleine Untersuchung dazu, ob und inwiefern das eine für das andere gewinnbringende Faktoren generieren könnte.

1.2 Theoretische Grundlagen und Forschungsstand

1.2.1 Was ist Idiolektik?

In den folgenden Kapiteln sollen die Grundzüge der Idiolektik aufgezeigt und wichtige Begriffe erläutert werden. Zudem wird die Gesprächsmethode in ihrer Historie skizziert und im heutigen Forschungsstand verortet.

Idiolektik leitet sich von ***Idiolekt*** ab und meint, wenngleich gelegentlich auch als Kurzform für idiolektische Gesprächsführung verwendet, die Wissenschaft des Idiolekts, der Eigensprache des Menschen. Während der Dialekt die sprachliche Eigentümlichkeit einer Region darstellt, bildet der Idiolekt die eigentümlichen Sprachmuster eines Individuums ab. Er beinhaltet alle Aspekte kommunikativen Verhaltens und umfasst laut Duden den Sprachbesitz, das Sprachverhalten, den Wortschatz und die Ausdrucksweise (Encycl. Brit. 1980, übersetzt). So gesehen lässt sich der Idiolekt mit dem sprachlichen Fingerabdruck eines jeden Menschen vergleichen. Die Metapher nimmt zwei wesentliche Aspekte auf, nämlich Unverwechselbarkeit und Einzigartigkeit. Entgegen des biologischen Fingerabdrucks ist die Sprache (insbesondere die Eigensprache) jedoch veränderlich, zuweilen interaktiv, und passt sich Kontext und Situation an (Bindernagel 2016). ***Die idiolektische Gesprächsführung*** (als Methode) ist der sorgfältige und präzise Umgang mit der Eigensprache, meist in beratenden oder therapeutischen Settings. Sie lässt sich aber überall dort anwenden, wo Menschen miteinander sprechen, besonders in Situationen, in denen Entwicklungs- und Klärungsprozesse in Gang ge-

bracht und Ressourcen aktiviert werden. Idiolektische Gespräche liefern zudem wertvolle diagnostische Hinweise und der Gesprächspartner entwickelt eigene und für sich angemessene Lösungen (Poimann 2008). Es ist daher nicht weiter erstaunlich, dass Idiolektik[1] in ganz unterschiedlichen Bereichen zur Anwendung kommt. Sie wird eingesetzt in der Medizin, Psychologie, Psychiatrie, Psychotherapie, Onkologie, Palliativmedizin und weiteren Pflege- und Heilberufen ebenso wie in Qualitätsmanagement, Supervision, Sportwissenschaft, Theologie, Pädagogik, Musiktherapie usf. (Poimann/Ehrat 2009). Als ***Idiolektiker*** wird schließlich eine Person bezeichnet, die reflexiv, bewusst oder professionell handelnd sich mit dem Idiolekt, und/oder der Idiolektik beschäftigt (Poimann 2008).

In der Eigensprache kommt ein Mensch durch seine verbalen und non-verbalen Äußerungen in seiner Gesamtheit und Einzigartigkeit zum Ausdruck. Dies gilt nicht nur für Erwachsene. „Ein Kind, dessen eigene Sprache aufgegriffen wird, spürt, dass ihm zugehört wird. Dieses Kind macht eine für die spätere Entwicklung sehr wichtige Grunderfahrung: ‚Meine Äußerungen werden wahrgenommen und beantwortet.' Und wenn diese Erfahrung verlässlich und fortwährend gemacht werden kann, könnte es über sich sagen: ‚Ich fühle mich sicher und gehalten.' Dies trägt zum Aufbau einer sicheren Bindung und eines guten Selbstvertrauens bei. Mit zunehmendem Alter und kognitiven Fähigkeiten kann das Eingehen auf die Eigensprache neben den erwähnten positiven emotionalen Grunderfahrungen den Zugang des Kindes zu sich selbst fördern. Es kann sich selbst über die eigene Sprache entdecken und verstehen. Es erfährt Anerkennung und Wertschätzung in der Einzigartigkeit seines Seins. Da Kinder gerne in Bildern sprechen, können sie mit einfachen Fragen zu Bildern viel anfangen und in der Regel leicht und spontan antworten. Weil die Idiolektik bildhafte Sprache fokussiert, und ein effektives Handwerkszeug für das Eingehen auf diese bildhaften Sprachelemente zur Verfügung stellt, eignet sie sich gerade im Umgang mit Kindern und Jugendlichen. [...]. Nicht nur Worte haben eine sehr individuelle Bedeutung, sondern auch der Klang der Sprache und die Körpersprache sind unverwechselbar und eigentümlich. Beides rückt umso mehr ins Zentrum je jünger das Kind ist." (Bindernagel 2016, 14-16).

Der integrative Ansatz der Methode führt denn zu einer hohen Kompatibilität mit anderen Verfahren. Laut Poimann (2008) werden damit neue kreative diagnostische und therapeuti-

[1] Im weiteren Verlauf der Arbeit wird der Begriff „Idiolektik" sowohl für die Wissenschaft des Idiolekts als auch für die idiolektische Gesprächsmethode verwendet. Letzteres wird von der Gesellschaft der Idiolektik und Gesprächsführung mit folgendem Signet gekennzeichnet: IDIOLEKTIK®

sche Möglichkeiten eröffnet. In einer Umfrage zur Einschätzung von Wichtigkeit und Wirksamkeit idiolektischer Gesprächsführung in Abhängigkeit von Berufsgruppen ist die Pädagogik als Anwendungsbereich vorne mit dabei, und zwar gleich zweimal, einmal aus Sicht der Lehrenden und dann auch aus Sicht der Lernenden (Poimann 2008, 131). Eine gewisse Dringlichkeit für den Einsatz der Methode wird daraus ersichtlich, dass die erreichten Umfragewerte in der Pädagogik relativ hoch sind.

Berufe	Wichtigkeit	Wirksamkeit
Ärzte, Heilpraktiker, Physiotherapie	4.6	4.8
Psychologen, Psychotherapeuten	4.5	5.0
Lehrer, Diplompädagogen	5.6	5.1
Sozialarbeiter	5.4	5.1
Hausfrauen	5.2	5.5
Studenten	6.5	5.5
Pflegeberufe	4.4	4.5
Andere	4.9	5.1

Abb. 1 Eingeschätzte Wichtigkeit und Wirksamkeit idiolektischer Gesprächsführung in Abhängigkeit von den Berufsgruppen. Skala 1-7.

1.2.2 Die Philosophie der Idiolektik

Idiolektiker gehen davon aus, dass jeder Mensch (jedes Lebewesen) einzigartig ist und seine Gründe dafür hat, gute Gründe, so zu denken wie er denkt, sich so zu äußern, wie er sich äußert und sich so zu verhalten, wie er sich verhält.

Die Gesellschaft für idiolektische Gesprächsführung (GIG) formuliert im Jahr 2000 folgende Prinzipien, bekannt als die „Volkacher Axiome zur idiolektischen Gesprächsführung“:

1. Sowohl im Klienten als auch im Gesprächsleitenden besteht ein sich selbstorganisierendes Prinzip, das als *innere Weisheit* bezeichnet wird. Diese schafft unter gegebenen Umständen eine aktuelle optimale Verhaltensweise, um zu leben.
2. In der Eigensprache - im *Idiolekt* - kommt der Gesprächspartner in seiner Gesamtheit zum Ausdruck.
3. Idiolektik ermöglicht durch ausschließliche Fokussierung auf die Eigensprache des anderen die Akzeptanz des selbstorganisierenden Prinzips, der inneren Weisheit. Dieses „tiefgehende Wissen über sich selbst“ ist die einzige Kraft, die Veränderung ermöglicht. (vgl. Bindernagel 2010, S.126)

Die idiolektische Gesprächsführung ist in allen Beratungssituationen wirksam, in denen es darum geht, kooperative Beziehungen und Vertrauen zu schaffen mit der Absicht, authentische Informationen zu erhalten. Diese Einzigartigkeit und Authentizität[2] gilt es in einem Gespräch zum Vorschein zu bringen einerseits und sorgsam damit umzugehen andererseits. Auf der Suche nach Antworten benötigen Idiolektiker jedoch keinerlei Kenntnisse über die andere Person. Es genügt, das Gesagte wahrzunehmen und es für wahr zu nehmen. Dies führt zu der für Idiolektiker bezeichnenden Grundhaltung, nämlich zum

1. *Sokratischen Optimismus* (nach Eugen Drewermann): Wahrheit und Wirklichkeit sind bei der das Gespräch suchenden Person, nicht bei der gesprächsleitenden.
2. *Methodischen Immoralismus* (nach Eugen Drewermann): Die/der Gesprächsleitende sorgt dafür, dass die das Gespräch suchende Person so sein kann, wie sie wirklich ist.

Manchmal wünschen Menschen eine Beratung, weil sie alleine nicht weiter kommen und nach Antworten suchen auf ihre Fragen. Oder sie wünschen sich jemandem, der ihnen einfach zuhört. Dazu kommt, dass selbst zweifelnde, suchende oder kranke Menschen über Ressourcen verfügen, Quellen, die sie befähigen, in der Welt zu sein und das Leben zu gestalten. Um diese zu erkennen, eignet sich die idiolektische Gesprächsmethode hervorragend. Auch bei Kindern und Jugendlichen kann es manchmal helfen, konkrete (Rück-)Fragen zu stellen und dann genau hinzuhören. So jedenfalls kann man das Einbringen idiolektischer Impulse im schulischen Kontext vorstellen.

Doch wie steigt man in ein idiolektisches Gespräch ein? Wie und warum funktioniert es und was unterscheidet es von herkömmlichen Methoden?

1.1.1 Das biologische Konzept der Idiolektik

Der Untertitel von Jonas Buch über Alltagsgespräche und deren Nutzen heißt: „Verstehen Sie limbisch?“ (Jonas/Daniels 1987). Die idiolektische Gesprächsführung basiert auf dem Kon-

[2] Authentizität bezeichnet eine kritische Qualität von Wahrnehmungsinhalten (Gegenständen oder Menschen, Ereignissen oder menschliches Handeln), die den Gegensatz von Schein und Sein als Möglichkeit zu Täuschung und Fälschung voraussetzt. Als authentisch gilt ein solcher Inhalt, wenn beide Aspekte der Wahrnehmung, unmittelbarer Schein und eigentliches Sein, in Übereinstimmung befunden werden. Die Scheidung des Authentischen vom vermeintlich Echten oder Gefälschten kann als spezifisch menschliche Form der Welt- und Selbsterkenntnis gelten (Wikipedia).

zept unseres körpereigenen *limbischen Systems*, einer Funktionseinheit des Gehirns, die der Verarbeitung und Steuerung von Emotionen dient, Gedächtnis und Antrieb - auch das Lernen - beeinflusst und, wie man heute weiß, vegetative und hormonelle Prozesse unmittelbar tangiert. Aus neurologischer Sicht gilt das limbische System als Einheit als überholt. Trotzdem liefert der von Paul D. McLean 1952 geprägte Begriff und sein Modell des „triune brain" (Dreieinheit des Gehirns) bereits plausible evolutionsbiologische Erklärungen für die von Jonas beobachteten und beschriebenen Phänomene. MacLean benennt drei zum Teil aus vielen einzelnen Strukturen bestehende Zonen des menschlichen Gehirns, die sich entwicklungshistorisch über dem Hirnstamm gebildet haben („reptilien complex", „paleomammalian complex" und „noemammalian complex").

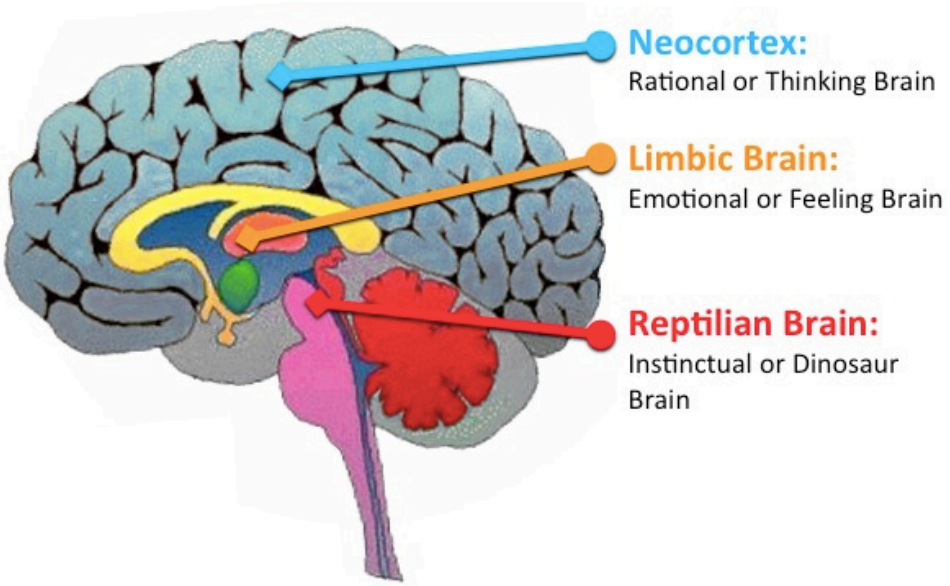


Abb. 2 Vereinfachte Darstellung des 1970 veröffentlichten Triune-Brain-Modells von McLean (1913-2007)

Während das sogenannte „Reptilienhirn" (entstanden vor ca. 250 Mio Jahren) als „archaisch" bezeichnet werden kann und in weitem Rahmen Verhaltensweisen bezüglich Territorialität, Paarung, Ritualen, Grußformeln, Ausdrucksverhalten, etc. ermöglicht, lässt sich das „limbische System" am Übergang von den Reptilien zu den Säugetieren (vor ca. 165 Mio Jahren) feststellen und konstituiert sich aus wichtigen Strukturen des Mittel-, Zwischen- und Großhirn. Limbisch heißt „randbildend" und erklärt die Lage, die es um den ursprünglichen Hirnstamm bildet. Schließlich ermöglicht die nächste Gehirnebene, die Grosshirnrinde (Neokortex; Entstehung vor ca. 50 Mio Jahren), die Möglichkeit der Abstraktion, des Abstandnehmens zur Außenwelt, die Fähigkeit Symbole zu benützen und somit ein reflektierendes System zu erstellen (Poimann 2008).

Die genaue Definition des limbischen Systems ist im Wandel. In der Literatur tauchen neuere Konzepte wie jenes eines „extended limbic system“ und „fuzzy limbic system“ (Isaacson) auf. Der Neurowissenschaftler Joseph LeDoux (1996) hingegen plädiert für die Aufgabe des in gewisser Hinsicht zu sehr historisch-anatomisch geprägten Begriffs und des damit verbundenen Konzepts zugunsten der heutigen Auffassung, dass das limbische System nicht als in sich geschlossen gedeutet werden kann. Allen aktuellen Studien, Definitionen und Interpretationen ist jedoch gemein, dass es viele eng und effizient miteinander vernetzte Strukturen (eines limbischen Systems) gibt, die sowohl Informationen vom Inneren des Organismus nach außen als auch Informationen von außen nach innen leiten und verknüpfen. Demzufolge gibt es Verbindungen im und vom limbischen System zu Steuerungszentren in anderen Hirnregionen. Die Entstehung von Emotionen, das Abspeichern von Ereignissen und Erfahrungen und das Zustandekommen von Furcht oder Sucht, um nur einige Beispiele zu nennen, müssen immer als Zusammenspiel vieler Gehirnanteile gesehen und können nicht dem limbischen System allein zugesprochen werden[3]. Hirnforscher der Universität Zürich sprechen von einer „Pluralität der Verzahnungsstellen [...], indem neocorticale und limbische Elemente sowohl auf mesencephaler (Mittelhirn) als auch auf diencephaler (Zwischenhirn) und telencephaler (Großhirn) Ebene Gelegenheit zum Erregungs-Austausch erhalten“ (Akert/Hummel 1963). Nach ihnen spielen Gefühle und Intellekt zusammen, indem einerseits die intellektuellen Vorgänge Gefühle auslösen oder in Schach halten können, und umgekehrt das Gefühlsleben unser Denken und die Gedächtnisfunktion in weitem Maße beeinflusst. Als Verzahnungsstellen können nach physiologischer Terminologie (Wikipedia) *Assoziationszentren* und *Assoziationsfasern* des zentralen Nervensystems betrachtet werden. Die Signale werden in sogenannten *Assoziationsfeldern* zu „höheren seelischen und geistigen Funktionen“, wie etwa dem Symbolverständnis, verarbeitet. Die Psychologie geht davon aus, dass die Art der Verknüpfung abhängig von gespeicherten Gedächtnisinhalten ist. Als *Assoziationskortex* wird jener Teil des Großhirns bezeichnet, der nicht den primären Projektionsfeldern zugeordnet werden kann. Entgegen früheren Definitionen dient der Assoziationskortex als sog. unspezifischer Cortex nicht nur als Verbindung zwischen primären Projektionszentren (dem sog. spezifischen Cortex), als Apparat mit cortico-corticalen Faserverbindungen zwischen den Hemisphären, sondern unterhält auch rückgekoppelte Verbindungen zu subkortikalen Strukturen wie dem tiefer gelegenen Kernen des Thalamus oder des limbischen Systems.

[3] In diesem Sinne sei das Konzept „limbisches System“ in weiteren Verlauf der Arbeit zu verstehen.

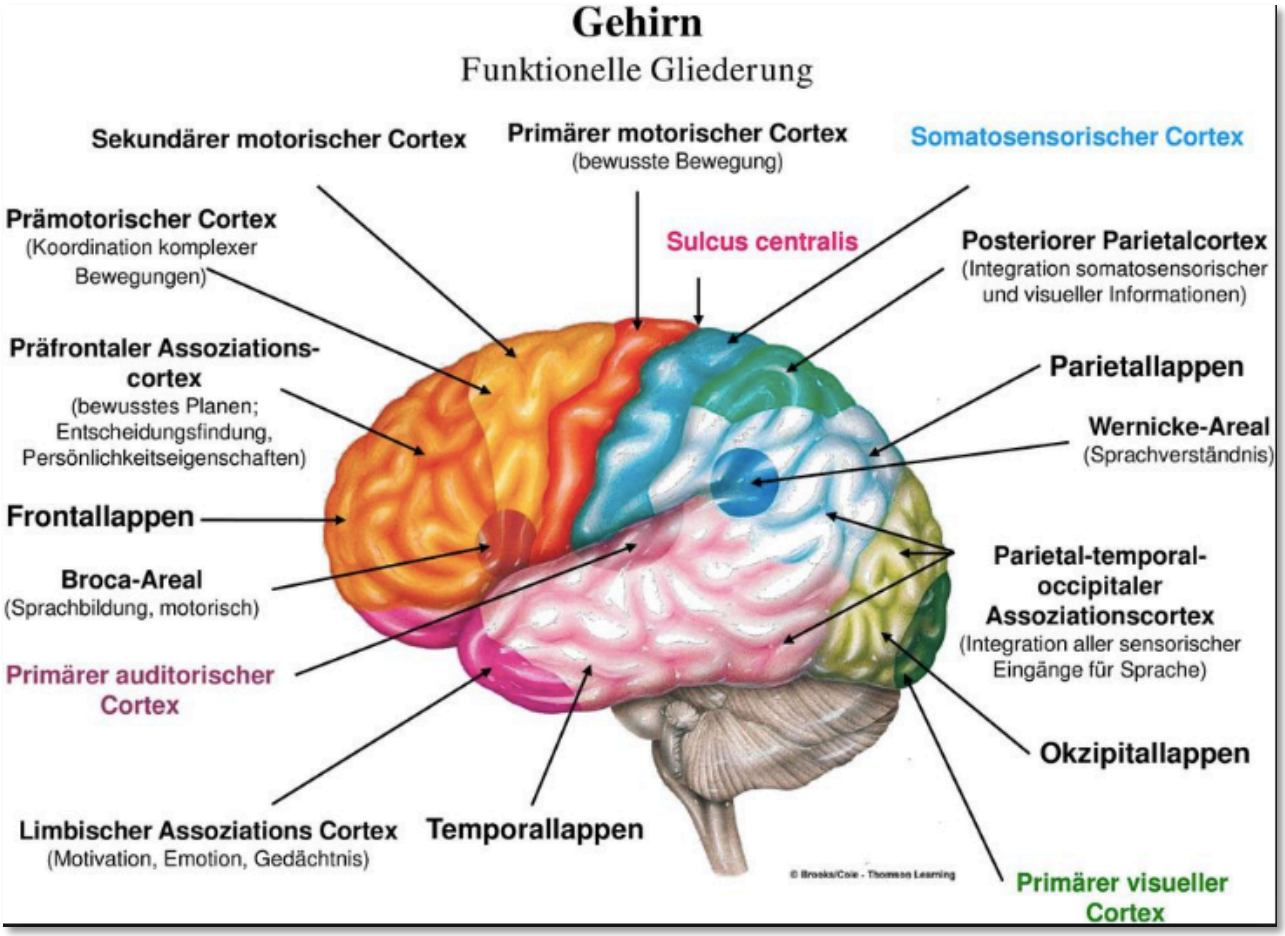


Abb. 3 Gliederung der Großhirnrinde (Neocortex) nach funktionellen Gesichtspunkten. Der limbische Assoziationscortex als Verbindung zum limbischen System.

Die Idiolektik macht sich dies zu Nutzen. Zum einen geht die Kommunikationsforschung davon aus, dass nur ein kleiner Teil, Mehrabian (1971) spricht von 7%, der vermittelten Inhalte rein verbal ablaufen und anatomisch gesehen im Neocortex codiert sind. Vielmehr kommen paraverbale (38%; Intonation, Sprechtempo, Modulation, Sprechpausen, Auslassungen, etc.) und nonverbale Komponenten (55%; Mimik, Gestik, Berührung, Proxemik, Blickkontakt, Atmung, Körperhaltung, Kleidung, etc.) zum Zuge, die auf der Ebene des limbischen Systems abgespeichert sind und von dort gesteuert werden. Fakt ist, dass der Neocortex bei der Beantwortung von einfachen, konkreten und bildhaften Fragen – im Gegensatz zu logischen, das reine Denken anregenden – nächst tiefer liegende Strukturen des limbischen Gedächtnisses „zu Hilfe holt“. Ebenso kann man sich den Rückgriff des limbischen Systems auf *„archaische Relikte“* des Hirnstamms vorstellen, sobald noch fundamentalere Regionen der Erfahrungs- bzw. Verhaltensspeicherung betroffen sind und mittels entsprechender Fragetechnik angesprochen werden.

Zu den vertikalen Verknüpfungen unseres Gehirns kommen parallel verlaufende und medial-horizontal funktionierende Verbindungen und Strukturen hinzu. Auch diese nutzt die Idiolektik, indem die gesprächsführende Person bewusst kein schwieriges bzw. problemorientiertes Gespräch auf der sachlogischen Ebene evoziert, sondern davon ausgeht, dass auch auf anderen, weniger belasteten Schienen, im sogenannt *para-logischen Interview*, ständig Verknüpfungen zur akuten Thematik gemacht werden, ohne diese zu strapazieren. Die *Paralogik* folgt somit „neben" der Logik und assoziativ der eignen inneren Logik jenseits der lexikalischen Bedeutung. Folgende Grafik, zusammen mit den Ausführungen zu wichtigen Begriffen und den Erläuterungen im nächsten Kapitel zur Fragetechnik, soll den Sachverhalt verdeutlichen.

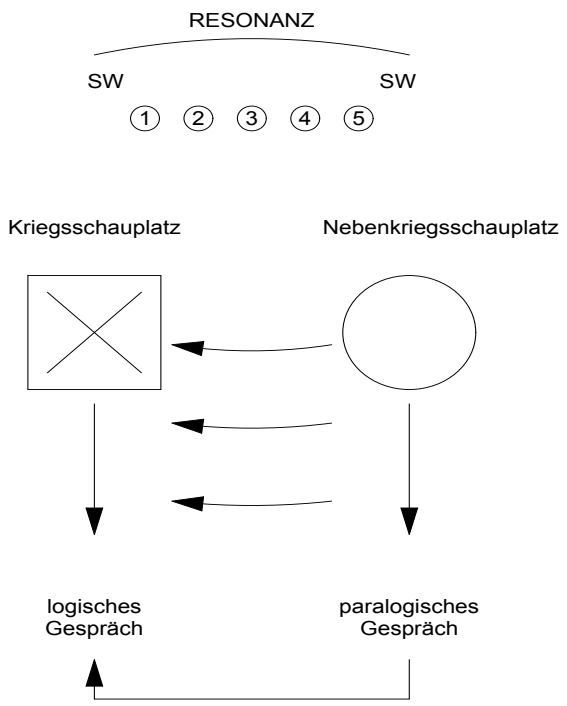


Abb. 4 Schema Paralogisches Interview. Eigene Darstellung

Schlüsselwort (SW)

Ein Schlüsselwort tritt durch klangliche und körpersprachliche Merkmale aus einer Mitteilung hervor und ist ein bedeutsamer Ausdruck von Eigensprache. Körpersprachliche Merkmale können eine stimmliche Betonung, eine Verlangsamung im Redefluss, eine zusätzliche Bewegung oder sonstige das Schlüsselwort begleitende Effekte sein.

Resonanz

In einem idiolektischen Gespräch lauscht die zuhörende Person auf Schlüsselwörter, die, an sich bedeutungsvoll, als präverbale Wahrnehmung bei ihr „anschwingen" und somit einen Bogen zwischen den Gesprächspartnern spannen. Diese Resonanz passiert auf der Beziehungsebene, welche die Voraussetzung ist für ein vertrauensvolles Gespräch.

1.2.3 Das methodische Konzept: Die Kunst des idiolektischen Fragens

zuhören statt reden – nachfragen statt wissen – achten statt recht haben

zuhören statt reden

Der thematische Einstieg in ein idiolektisches Gespräch ist vollkommen frei, heißt, er kann bei irgendeiner Erzählung oder Beschreibung beginnen. Einmal lanciert, ist es an der zuhörenden Person, die gehörten *Schlüsselwörter* zu evaluieren und eines für die nächste Frage auszuwählen. Dies geschieht nach positiver Konnotation und *Resonanz*, und man wählt das vermeintlich „unverfänglichste", in der festen Überzeugung, dass die gesprächssuchende Person auch mit dieser Art, über scheinbar Unwesentliches zu plaudern, Brücken zu ihren Lebensthemen schlägt. Der hier zutage tretende Paradigmenwechsel zu herkömmlichen Methoden besteht darin, kein gewohnt logisches Gespräch zur eigentlichen Problematik zu führen und den sogenannten Kriegsschauplatz, falls es einen solchen gibt, bewusst zu meiden. Vielmehr wird ein *para-logisches Interview* intendiert, auf einer parallel verlaufenden Bahn zur eigentlichen Logik bzw. zum gegebenenfalls vorhandenen und problematischen Themenkreis. Damit entsteht eine für den Gesprächsverlauf und Prozess entscheidende Entlastung auf beiden Seiten.

Für die berichtende Person bedeutet dies, dass sie jederzeit frei ist in dem, was und wie sie erzählt: Sie bestimmt sowohl Thema und Tempo als auch die Tiefe[4] der Inhalte selbst; Letzteres in dem Masse, wie dies zum Zeitpunkt gerade möglich und gewünscht ist. Von der gesprächsführenden Person wird sie lediglich dazu aufgefordert, ihre Vorstellungen zu konkretisieren, sie als *Bild* zu beschreiben oder exemplarisch ein Gelingens-Beispiel zu nennen. Dadurch kommt die/der Berichtende mit sich selbst und ihren/seinen *Ressourcen* in Berührung.

[4] Idiolektiker sprechen in diesem Zusammenhang von der „TTT-Regel" (TTT für Thema, Tempo, Ton im Sinne von Intonation. Ich persönlich bevorzuge die Tiefe der Ausführungen oder würde diese als viertes T ergänzen).

Für die befragende und zuhörende Person bedeutet diese *Achtsamkeit* und Konzentration auf Schlüsselwörter bzw. auf die oft damit verbundenen para- und nonverbalen Äußerungen ein sich Einstimmen auf die *Ressourcen* des Gegenübers. Der Fakt, dass sie sich dabei weder um inhaltliche Zusammenhänge noch um irgendwelches Ziel kümmern muss, führt zu einer befreienden, wohltuenden und wörtlich gemeinten *Unbekümmertheit*. Diese Leichtigkeit ist in keiner Weise gleichzusetzen mit Gleichgültigkeit. Die aus dem Leben gegriffenen Schilderungen können denn auch sehr betroffen machen und es gilt dieses mit-Fühlen auszuhalten. Allenfalls ist eine *Würdigung* des Geleisteten oder Ertragenen seitens der/des Erzählenden angebracht. Nicht selten können durch den Perspektivenwechsel auch leidende Menschen ihre Symptome als „adaptive Leistung" ihrer Innenwelt verstehen. Als Konsequenz fühlen sie sich in ihrem So-Sein uneingeschränkt ernst- und wahrgenommen. Persönliche Schilderungen, und seien sie noch so ernst, können aber ebenso gut zu *humorvollen* und damit sehr entspannten Situationen führen. So oder so stellt die befragende Person eigene Erfahrungen, Interpretationen und Ratschläge zurück.

nachfragen statt wissen

Die idiolektische Gesprächsführung nutzt die persönliche Wortwahl sowie para- und nonverbales Verhalten des Sprechenden als Träger des Gesprächsverlaufs. Vereinfacht ausgedrückt, werden in einem idiolektischen Gespräch diese zwei Ebenen als gleichwertig wahr- und ernstgenommen. Das Augenmerk des Gesprächsführenden liegt nicht auf den Inhalten, sondern er verfolgt konsequent Wortwahl und Signale des Erzählenden. Die gestellten *Fragen* sollen möglichst *zieloffen sein, einfach und konkret*. Sie dienen der Klärung der individuellen Bedeutung des Gesagten, jedoch in erster Linie für den Sprechenden selbst und ohne dass dieser ins Grübeln kommt. Oft hilft das Eingehen auf metaphorische (bildliche) Anteile (wie sieht das aus?"), weil damit das limbische System als „emotionales Gehirn" direkt angesprochen wird. Man fragt auch nach einer Konkretisierung von Tätigkeiten („wie machst du das?") oder nach der Verbildlichung eines (zu) abstrakten Ausdrucks („wie kann ich mir das bildlich vorstellen?"). *Bilder* sind ursprünglich, eigentümlich, vielschichtig und anregend. In der schlichten assoziativen Beschreibung (eines Schlüssel Wortes, eines inneren Bildes oder einer Metapher) begeben sich die Gesprächspartner sozusagen auf eine gemeinsame Entdeckungsreise durch die *„Sprachlandschaft"* des Erzählenden (Bindernagel 2016). Dabei wird dessen individuelle Wirklichkeit skizziert. Nach Poimann (2016) wird damit dem Gegenüber die Möglichkeit geboten, das eigene Weltbild (oder Teile davon) zu erkennen und sprachlich darzustellen, eventuell sogar Veränderungsansätze zu entwickeln. Es ist im idiolektischen

Gespräch also erklärte Absicht, auf eine möglichst konkrete und bildhafte Ebene zu kommen, um damit sowohl die Fülle der sich bietenden Möglichkeiten als auch die Authentizität eines jeden Menschen auf eine positive Art und Weise, heißt *ressourcenorientiert* zu nutzen. In keiner Weise geht es für den Gesprächsführenden darum, Zusammenhänge zu suchen und daraus Ratschläge zu generieren. Vielmehr ist es eben diese Zurückhaltung, die es zu üben und auszuhalten gilt. Durch Retrospektion gewinnt der Erzählende selbst Einsicht in das eigene Innere, kommt zur Erkenntnis der eigenen Vorstellungen. Diese Art miteinander zu kommunizieren, ist für viele ungewohnt neu, aber auch ungewohnt leicht (nicht einfach). Entsprechend überraschend treten am Ende eines Gesprächsverlaufs – und dies kann schon nach 15 oder 20 Minuten der Fall sein – ungeahnte „Aha"-Erlebnisse und Lösungsansätze auf, die man so noch nie gesehen hatte. Dies aus dem Grunde, weil die Thematik vom Sprechenden auch noch nie auf diese Weise erzählt, verknüpft, gesehen wurde. In einem therapeutischen Setting, zum Beispiel bei psychosomatischen Beschwerden, wird dem Klienten nicht nur ermöglicht, die eigene Position zu verstehen, sondern über das Wahrnehmen seiner *Ressourcen* neue Optionen zu erblicken. Als Patient kann er somit einen elementaren Beitrag zur Stellung seiner eigenen Diagnose und zur Formulierung der Therapie oder Maßnahme leisten, was sich wiederum in der Wirksamkeit dieser niederschlägt (Nach Dr. med. Hans Hermann Ehrat, Mitbegründer der GIG, Referat an der „cranio suisse" 2016).

achten statt recht haben

Der Gesprächsverlauf wird also in Gange gehalten, indem sich die befragende Person ganz an der Eigensprache des Sprechenden orientiert und dabei minimal intendiert, interpretiert und interveniert[5]. Der Befrager ist also offen für Weg und Ziel des Befragten. Dieser bleibt bei seinen ureigenen Erzählungen. Er braucht sich aber für sein Denken, Fühlen und Handeln weder zu rechtfertigen noch zu erklären. Dabei entsteht eine ungezwungene Atmosphäre, eine Leichtigkeit, mit der auch schwierige Dinge im wörtlichen Sinne zur Sprache kommen dürfen aber niemals müssen. Beim Redenden stellt sich ein Gefühl des Verstanden-seins ein. Dies führt zu einem besseren emotionalen Befinden und zum Entdecken der eigenen inneren Weisheit.

Anmerkung der Autorin: Die erwähnten Konzepte und Haltungen zur Idiolektik basieren auf mehreren Quellen (Jonas/Daniels 1987; Bindernagel et al. 2010; Poimann/Ehrat 2009; u.a.).

[5] Diese Haltung/Methode wird in Fachkreisen als „Trimini" oder „Minitrix" bezeichnet und meint minimale Intention, Interpretation und Intervention als idiolektisches Vorgehen im Gespräch.

Das Eingehen auf die Eigensprache des Gegenübers erfordert vom Gesprächsführenden sowohl *Achtsamkeit* im Sinne einer *wertschätzenden und wertfreien Haltung* als auch *Verantwortungsbewusstsein*. Anstatt auf den eigenen Lebensentwurf und Handlungsspielraum zu achten, wird dem Gegenüber Aufmerksamkeit, Verständnis und *Würdigung* für bisher Geleistetes entgegen gebracht (z.B. im Sinne von „ich stelle mir dies als sehr anstrengend vor"). Damit kann der Redende sich selber verstehen lernen, z.B. dass sein vielleicht schmerzender Körper nur versucht, adäquat zu funktionieren. Und er würde Dank diesem tiefgehenden Wissen über sich selbst eventuell aufhören, dagegen anzukämpfen oder akzeptieren, dass die Angst seine Berechtigung hat. Damit könnten sich mühsame oder leidvolle Verhaltensmuster zu verändern beginnen.

Dies alles, aber auch ihre Kompatibilität mit vielen anderen Ansätzen, macht die Idiolektik zu einer spannenden, überraschenden, beglückenden und weiterführenden Gesprächsmethode, sowohl für Gesprächssuchende als auch für Anwenderinnen und Anwender.

1.2.4 Historie: Woher kommt Idiolektik?

Die idiolektische Gesprächsführung geht zurück auf den Psychiater und Psychoanalytiker Adolphe David Jonas (1912-1985), der diese Methode in den 60er-Jahren begründete. Die evolutionsbiologischen Grundlagen dieser Verfahrensweise sowie das psychosomatische Konzept entstanden in Zusammenarbeit mit seiner Frau Doris F. Jonas, Pionierin der evolutionären Anthropologie, Psychologie und Medizin. Ihre inhaltliche und methodische Weiterentwicklung erfolgte vor allem durch Ärzte und Psychologen. Jonas wirkte anfangs in New York, später lehrte er in London, Wien und Würzburg, wo 1985 die Gesellschaft für Idiolektik und Gesprächsführung (GIG e.V.) gegründet wurde. A.D. Jonas entwickelte vor allem in der psychosomatischen Medizin die Kurztherapie, mit der Methode der idiolektischen (eigensprachlichen) Gesprächsführung einhergehend.

In zeitlicher Abfolge betrachtet liegt die Methode auf einem Erkenntnisweg von Sigmund Freud über Felix Deutsch und David Jonas bis hin zur Gesellschaft für idiolektische Gesprächsführung. Nach Poimann, selbst langjährig praktizierender Neurochirurg mit Schwerpunkt operative Wirbelsäulenbehandlungen, Psychosomatik und Kommunikationstraining, lassen sich Entwicklung und Ansätze wie folgt beschreiben und den Epochen zuordnen: „Die wichtigste eingesetzte Technik heutiger Idiolektik ist das Eingehen auf die Eichensprache des

Gesprächspartners, im Gegensatz zur hauptsächlichen Orientierung an der symptomorientierten Eigensprache bei Jonas, am Symptom bei Felix Deutsch und an der psychischen Störung bei Freud“ (Poimann 2008, S. 228). Poimann sieht aber bei Idiolektikern der Gegenwart noch weitere Gegensätze zur bzw. Entwicklungsschwerpunkte nach der Vorgehensweise von Jonas. Zum einen ist es die starke Gewichtlegung auf die Relation zweier Menschen im Gespräch, zum anderen ist es die stärkere Betonung der bildhaften Elemente als Gegenpol zur Sprache. Grundsätzlich haben im Laufe der Jahrzehnte Distanz und Aktivität des Therapeuten (der gesprächsführenden Person) abgenommen, während dem Sprechenden heute ein Maximum an Eigenverantwortung zugesprochen wird.

Aus Literatur und Forschung geht hervor, dass die Idiolektik von vielen Bereichen und Bezugsdisziplinen beeinflusst wird. Poimann (2008) macht daraus drei Kategorien, wenn diese unter sich auch nicht trennscharf sein können: Philosophie–Anthropologie–Psychologie / Medizin–Biologie–Evolution / Linguistik–Semiotik–Logik. Wie bereits aufgezeigt, hat sich die idiolektische Gesprächsmethode aus dem psychotherapeutischen Dialog entwickelt. Darin finden sich große Übereinstimmungen mit dem psychotherapeutischen Basisverhalten Rogers (1991), zum einen was dessen Regeln gelingender Kommunikation betrifft (Empathie, Kongruenz und Wertschätzung) und zum anderen in Bezug auf Rogers wichtigste persönlichkeitstheoretische Annahme einer „Aktualisierungstendenz“[6], die sich mit der „Selbstaktualisierungstendenz“ eines Goldstein, aber auch mit dem Gesetz der „inneren Weisheit“ unter Idiolektikern vergleichen lässt. Darüber hinaus attestiert auch Grawe (2004) mit diesen sprachlichen Techniken Jonas ein ressourcenorientiertes Verhalten. Der Neurochirurg Horst Poimann (in Bindernagel et al. 2010, S. 131) beschreibt den Vorgang wie folgt: „Der Patient wird angeregt, über Erlebnisse, Sachverhalte, Tätigkeiten zu berichten, während auf neurophysiologischer Ebene zwangsläufig ich-stärkende neurale Muster aktiviert werden. Damit wird beim Patienten ich-syntones Verhalten nicht nur angeregt, sondern durch ihn selbst praktiziert. [...]. Eigenbestimmte Veränderungen werden so möglich. Schließlich ist in beiden methodischen Strängen eine klar nicht-direktive therapeutische Haltung spür- und sichtbar, ganz im Sinne des chinesischen Philosophen Lao-Tse: „Wenn ich vermeide, mich einzumischen, sorgen die Menschen für sich selbst. Wenn ich vermeide, Anweisungen zu geben, finden die Menschen

[6] Dass der menschliche Organismus aus sich selbst heraus danach strebe, sich zu entfalten und zu erhalten, entspricht bereits den Vorstellungen des Neurologen Kurt Goldstein (1878–1965), der eine „Selbstaktualisierungstendenz“ des menschlichen Organismus annahm.

selbst das rechte Verhalten. Wenn ich vermeide, sie zu beeinflussen, werden die Menschen sie selbst.“ (vgl. Fußnote 5).

Poimann bemerkt im Vorwort zur Neuauflage seines Werkes (Poimann 2008), dass die Weiterentwicklung der Neurowissenschaften, die wissenschaftlichen Befunde der vergangenen Jahrzehnte und die damit verbundene Ausdifferenzierung des Wissens um das Thema Gehirn und Nervenfunktionen zeigen, dass die von der Idiolektik angeführten Belege der damaligen Zeit der aktuellen Forschung immer noch Stand halten können. Insbesondere die Resonanz der Idiolektik als Methode – speziell im psychotherapeutischen und humanwissenschaftlichen Bereich – zeigt, dass sie einen Beitrag zur Veränderung des Zeitgeistes leistet, der den Umgang der Menschen miteinander betrifft. Historisch betrachtet kann die Idiolektik sogar am Beginn dieser Veränderung eingestuft werden.

1.2.5 Die Bedeutung von Sprache in der Mathematikdidaktik

Innerhalb der Mathematikdidaktik hat der Aspekt Sprache merklich an Bedeutung und Anerkennung gewonnen. Zum einen verlangt der um die Jahrtausendwende Einzug haltende Paradigmenwechsel hin zu offeneren Unterrichtssettings neue Formen von Kommunikation zwischen Lehrenden und Lernenden. Zum anderen rufen der Wandel in Richtung Individualisierung und die Auffassung von Wissensgenerierung nach konstruktivistischen Ansätzen auch in der Mathematik nach spezifischeren Ausdrucksarten als der rein symbolisch-formalen Bearbeitung von Aufgaben und dem schemenhaften Einüben von Verfahren. Sprache innerhalb des Mathematikunterrichts ist denn auch vermehrt Gegenstand der Bildungsforschung und -politik. Zuerst werden sowohl in der Bundesrepublik Deutschland (KMK 2003) als auch in der Schweiz (EDK-Planversammlung 2011) aufgrund teils ernüchternder Resultate aus internationalen Vergleichsstudien nach TIMSS 1995 (vgl. Abshagen et al. 2017) Bildungsstandards formuliert mit dem Ziel, inhaltliche und allgemeine Kompetenzen als verbindliche Leitplanken in schulischen Curricula zu charakterisieren. Beide Nationen nehmen die von Heinrich Winter angeregten, allgemeinen Ziele des Mathematikunterrichts auf (Winter 1975). Unter anderem finden die verschiedenen Aspekte zur Entwicklung der Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit ihren Niederschlag (vgl. Abshagen et al. 2017). Dann werden (für Deutschland: länder- und) fachspezifische Lehrpläne generiert, die zwar auf den relativ präzise formulierten Bildungsstandards aufbauen, und doch möglichst einfach in ihrer Lesbarkeit und Umsetzung zu sein haben. In der Schweiz mündet deshalb die einmal ausgearbeitete

Vielzahl der sprachlichen Tätigkeiten im Fach Mathematik wie beschreiben, kommunizieren, argumentieren, begründen, interpretieren und reflektieren (vgl. Anhang 1: Kompetenzmodell Mathematik 2011) in den drei Handlungsaspekten Operieren & Benennen, Erforschen & Argumentieren, Darstellen & Mathematisieren. Zusammen mit den inhaltlichen Kompetenzbereichen liegt schließlich die für das Fach Mathematik maßgebende 3x3-Matrix des Lehrplans 21 vor (D-EDK 2011, Anhang 2). Für die Umsetzung im Unterricht gibt es dazu sowohl didaktische als auch strukturelle und inhaltliche Hinweise. Diese sind jedoch knapp gehalten, gerade auch im Bereich Sprache und Mathematik. Eine solide und anwendungsorientierte Lehrerinnen- und Lehrer Aus- und Weiterbildung auf der Basis neuester Forschungsbefunde ist deshalb unerlässlich, will man über Kriterien und Merkmale guten Mathematikunterrichts (z.B. Merkmale guten Mathematikunterrichts des DZLM) und didaktische Prinzipien (z.B. Abshagen et al. 2017) nicht nur in der Fachliteratur lesen, sondern deren konkrete Umsetzung in den Schulstuben sehen.

Die aktuelle Mathematikdidaktik geht denn von einem Lernverständnis aus, das sich an Kompetenzen, an Sinnhaftigkeit und Nachhaltigkeit im Sinne des Autorenteams um Leuders (Barzel et al. 2011b, 2011c) orientiert. Dazu gehört die Auffassung, dass Einsicht und Verständnis zwar begünstigt und unterstürzt werden kann, in jedem Fall aber individuell abläuft, sowohl in der zeitlichen Dimension als auch in der Art und Weise der Verknüpfung von bereits vorhandenen und neuen Wissenselementen. Diesen Verständnisaufbau erhofft man sich durch sinnstiftende, eigenaktive, konstruktive und kommunikative Unterrichtsweisen. Mittels Fokussierung und Bearbeitung aufeinander bezogener und inhaltlich relevanter mathematischer Leitideen einerseits (Spiralprinzip nach Bruner 1970) und durch entdeckend-argumentative Herangehensweisen andererseits soll der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen gefördert werden (vgl. Abshagen et al. 2017; Schmidt-Thieme in Ruwisch/Peter-Koop 2003). Dabei ist die Rolle der Sprache nicht unbedeutend. Schmidt-Thieme ist bereits 2003 der Ansicht, dass das Medium Sprache zwar schon immer für Unterricht charakteristisch war, es jedoch erst in den letzten Jahren in den Blickpunkt der mathematikdidaktischen Aufmerksamkeit gerückt sei. Sie definiert den Wissensaufbau als „Ausbildung und Vernetzung von Begriffen“ (aber auch als Erfahrung von Neuem „durch Entdecken, Instruktion und Analogie“. Durch gute Aufgabenstellungen sollen Lernende aufgefordert werden, „eigene Wege zu finden, [diese] anderen darzustellen und inhaltlich argumentativ zu verteidigen. Alle diese Tätigkeiten [...] fordern das Nachdenken des Schülers, das Reflektieren, denn eigenaktive Lerntätigkeiten sind ohne Reflexion nicht möglich“ (in Ruwisch/Peter-Koop 2003, 157-158). Dabei definiert sie

das Ergebnis von Reflexion im Mathematikunterricht – und diese Reflexion lässt sich auf jedes Nachdenken über Mathematik und mathematisches Handeln und in beliebige Kontexte ausweiten – als mathematische Bewusstheit. Der Ansatz ist insofern interessant, als dass implizites Wissen mittels Sprache (durch Reflexion) zu „explizitem und daher dem bewussten Denken und der Veränderung zugänglichem Wissen“ wird (in Ruwisch/Peter-Koop 2003, S. 11). Schmidt-Thieme geht noch einen Schritt weiter. Laut ihr dient die Reflexion über explizites Wissen der „Festigung, Differenzierung und Vernetzung von bereits ausgebildeten Begriffen“. Mit Begriffen sind die oben erwähnten Grundvorstellungen gemeint, aber auch andere mathematische Konzepte und Facetten des Wissens. Kurz: Sprache in Mathematik ist unabdingbar. Erstens verlangt kumulativer Wissenserwerb das systematische Aufgreifen des Vorwissens von Schülerinnen und Schülern (Abshagen et al. 2017). Dafür ist (auch) Sprache nötig. Zweitens dient sie als wichtiges Element der kognitiven Aktivierung und dem Aufbau von Verständnis. Und sie ist drittens immer auch Mittel zum Zweck, um sich selber und anderen Wissen zugänglich, anknüpfbar zu machen. Somit wird die mathematische Reflexion und Kommunikation wieder zum Ausgangspunkt neuer Lernsituationen. Das schulische mathematische Handeln und Denken gewinnt durch den Aspekt Sprache an Reichhaltigkeit und Nachhaltigkeit, ebenso an Kreativität und Attraktivität, weil der Austausch über Mathematik, über Wege und Lösungen der Kinder untereinander, neue Einsichten und das Auffinden noch anderer Gesetzmäßigkeiten ermöglicht (vgl. Abshagen et al. 2017). Gleichzeitig wird an sozialen Gefügen gebaut. Die Kinder werden in ihren fachlichen und überfachlichen Kompetenzen gestärkt. Es entsteht inhaltlich strukturiertes Lernen, ein lustvolles Mit- und Nebeneinander, das Platz bietet gerade auch für unterschiedliche Sprachniveaus unabhängig der sozialen Herkunft. Aktivierende Unterrichtsgespräche sind laut Abshagen et al. mitbestimmend bei den Basisdimensionen guten Mathematikunterrichts. Geschulte Lehrpersonen „initiieren [...] gezielt das leise Sprechen der Schülerinnen und Schüler mit sich selbst und das laute Sprechen mit anderen, um Vergewisserung, Kompetenzerleben, Vertiefung, Reflexion und ggf. Korrektur zu ermöglichen“ (Abshagen et al. 2017, S. 157).

Beim Erkunden und Üben betonen andere Autoren (Barzel et al. 2011c), dass der Phase des Sicherns und Systematisierens genügend Beachtung geschenkt werden soll. „Wissenserwerb benötigt aktive Aneignungsprozesse“, ist eines der Fazits im genannten Artikel. Damit sind Zwischenschritte gemeint, die ordnenden Charakter haben. Angesichts eines inhaltlichen Themas ist es wichtig sich zu überlegen (und diese Planungsschritte sollte die Lehrperson im Vorfeld tun), welche Wissensfacetten mit welchen Formulierungen, Konkretisierungen und

Bedeutungsvernetzungen ausgearbeitet und dargestellt werden sollen und können. Und auch hier findet die Sprache ihren festen Platz: Laut Barzel et al. gehören explizit ausformulierte Verfahren und Sätze natürlich zum Bestandteil mathematischen Wissens. Gleichwohl gibt es auf dem Weg dahin, zwischen dem „selbst Finden und Nachvollziehen“, noch einiges mehr zu lernen: Vom Verfassen eigener Formulierungen, über das Ergänzen unvollständiger Ausführungen oder das Anpassen nur teils zutreffender Aussagen bis hin zum Erklären und Bezug nehmen auf bereits vorliegende Sätze dienen alle (hier: sprachlichen) „Aneignungshandlungen“ dem Aufbau von Konzepten und Zusammenhängen. Nennenswert ist in diesem Zusammenhang auch die Facette der Konkretisierung und Abgrenzung. Es ist nämlich nicht unbedeutend, zu einem mathematischen Konzept Beispiele *und* Gegenbeispiele nennen zu können, dann aber auch zu begründen, wo, wann und warum sich Grenzen auftun (Abgrenzungswissen, das zudem den Sinn für Extremfälle schult, im Gegensatz zu exemplarischem Wissen nach Winter 1983). Die Arten der Wissensaneignung unterscheiden sich in ihrer Form, aber auch im Maß der Aktivität von Seiten Schülerinnen und Schüler. Die Autoren halten jedoch fest, dass Aktivität nur dann sinnstiftend ist, wenn sie mittels geeigneter Lernarrangements auf die wesentlichen Wissenselemente fokussiert wird (ebd.), das heißt, dass ein mathematisches Konzept auf verschiedenen Ebenen bearbeitet bzw. durchdrungen werden soll. Dabei dient das selbstaktive Formulieren, Sichern und Verknüpfen von Wissenselementen dem weiteren Verständnis von Mathematik.

Fast ungeachtet der Seite, von welcher man sich dem Prozess von erfolgreichem Wissensaufbau von Schülerinnen und Schülern nähert, er schließt immer auch Sprache mit ein. Da Sprache zu den formulierten Prozesszielen gehört (z.B. Abshagen et al. 2017) und von daher in alle Teilgebiete hinein wirkt – in der Schweiz würde man im Zusammenhang mit den neuen Lehrplan 21 eher von Handlungsaspekten sprechen – wird ihr Gebrauch zwar immer wieder implizit vorausgesetzt, jedoch oft nur am Rande expliziert. Zu Jerome Bruners (1915-2016) Hypothese der „intellektuell ehrlichen Form“ des Lernens gehört das Aufgreifen der Grundbegriffe auf verschiedenen kognitiven und sprachlichen Niveaus zwar dazu (Bruner 1970, S. 44). Nach Auffassung der Autorin besteht allerdings die Gefahr, dass die Bedeutung eines sprachsensiblen Unterrichts im Sinne Predigers (Meyer/Prediger 2012; Prediger/Wessel, 2012) als grundlegendes didaktisches Prinzip vergessen gehen könnte. Dies, gerade weil Sprache omnipräsent ist und damit überall und nirgends hingehört einerseits, aber auch aus der Tatsache heraus, das bewusste Sprachförderung im nach wie vor vermeintlich spracharmen Fach Mathematik eine große Herausforderung darstellt andererseits. Deren Wichtigkeit

und Umfang werden womöglich unterschätzt. In Anlehnung an die „abschließenden Bemerkungen“ zu den mathematikdidaktischen Prinzipien von Scherer & Weigand (in Abshagen et al. 2017, S. 40) kann auch das Prinzip des sprachsensiblen Unterrichts inhaltsunabhängig formuliert werden (als Stärke), andererseits muss es wie kein anderes in Verbindung mit Inhalten angewandt werden. Das Register Bildungssprache hat zudem inhalts- und fachübergreifende Wirksamkeit.

Im Fachartikel „Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht“ im Praxisheft der Mathematik in der Schule zum Thema „Ausgesprochen Mathe - Sprache fördern“ (PM 45, 2012) fächern Meyer & Prediger Sprache in drei Dimensionen: Sprache als Lerngegenstand, der gezielt erworben werden muss; Sprache als Lernmedium, denn fachliche Lernprozesse erfolgen in Kommunikation, sind also stets sprachlich vermittelt; die Rolle der Sprache als Lernvoraussetzung und -hindernis. Sie plädieren zudem für die Vernetzung von vier Darstellungen in drei Sprachregistern (Meyer/Prediger 2012; Prediger/Wessel 2012). Was bedeutet das alles? Als offensichtlichste sprachliche Herausforderung des Mathematikunterrichts gilt sicher die *Fachsprache* mit ihren eigenen Fachbegriffen, spezifischen Satzstrukturen und Textsorten. Wagenschein (1968, S. 102) nennt sie die „Sprache des Verstandenen“ und betont, dass sie als Lerngegenstand erst am Ende des Lernprozesses steht und sich im Unterricht sukzessive aus der „Sprache des Verstehens“, der *Alltagssprache*, entwickeln sollte. Im linguistischen Sinne handelt es sich zwar nicht um eine Sprache, jedoch um ein eigenes Sprachregister, das auf der Alltagssprache aufbaut. (Maier/Schweiger 1999, S. 20ff). Damit meinen Linguisten funktionsspezifische Sprech- und Schreibweisen, mit eigenen, für den jeweiligen Kommunikationszweck optimierten, Bedeutungen (Gibbson 2010). Nun ist aber typischerweise nicht die Alltagssprache der Lernenden das im Unterricht gebrauchte Lernmedium, sondern ein drittes Register: die *Bildungssprache* (Gogolin 2009). Obwohl Schülerinnen und Schüler sowohl durch Lehrmittel als auch durch die Sprache der Lehrperson ständig damit konfrontiert sind, wird sie von Koch & Österreicher (1985) als „Sprache der Distanz“ bezeichnet und gilt als „konzeptionell schriftlich“, weil sie selbst in gesprochener Form viele Merkmale von Schriftlichkeit aufweist. Diese Distanzwahrnehmung wird in der deutschsprachigen Schweiz noch verstärkt durch den gesellschaftlich vorkommenden Usus der *Diglossie.* Damit sind nach dem nordamerikanischen Linguisten Charles A. Ferguson (1959) zwei verwandte Sprachformen gemeint, die für unterschiedliche Kontexte genutzt werden. In der Schweiz sind die regionalen Dialekte die selbstverständliche Alltagssprache und damit die prägende Sprachform der Mündlichkeit, selbst über alle deutschschweizerischen Regionen hinaus. Nach Helen Christen (2005, S. 2) ist die Standardsprache in ihrer festgeschriebenen Form niemandes Mut-

tervarietät, sondern „ein normiertes Konstrukt, dessen Funktionsfähigkeit als [...] Kommunikationsmittel und als Referenzpunkt des Deutschen nur dann garantiert ist, wenn sich die Deutschsprachigen darauf einigen, dessen Normen einzuhalten und einzufordern, eine Aufgabe, mit der die Schule betraut wird, die sich um die Vermittlung der Kulturtechniken Lesen und Schreiben und damit um die Vermittlung der Standardsprache kümmert“. Viele Deutschschweizerinnen und Deutschschweizer empfinden den gelegentlich nötigen Wechsel in die gesprochene Standardsprache (zum Beispiel in Anwesenheit einer Person mit Migrationshintergrund, die nur standardsprachlich sozialisiert ist) zwangsläufig als eine anstrengende Umstellung, und obgleich Hochdeutsch für sie keine Fremdsprache in dem Sinne ist, weist sie Aspekte einer Lernersprache auf (Christen 2005). Dafür (mit)verantwortlich ist eine nicht zu unterschätzende Verlegenheit, die aufkommt, wenn es um die Beherrschung und Lautung dieser informellen, mündlichen Standardsprache geht (Anmerkung der Autorin), denn Herr und Frau Schweizer sind meist sehr um das jeweils passende Sprachregister bemüht. Hingegen mündet der Versuch, dem standardsprachlichen Hochdeutsch möglichst nachzukommen (inkl. dem im Gaumen artikulierten R, das je nach Dialekt sehr fremd sein kann), nicht selten in einer eher peinlichen Situation. Wer selbstsicher genug ist, bleibt bei seinen Bemühungen, wer sich verunsichern lässt, wechselt gezwungenermaßen zurück in das - von den Deutschen teils belächelte, teils als besonders „charmant“ bezeichnete - regional gefärbte „Schweizer Hochdeutsch“. Wie auch immer, der Kampf um die Beherrschung der gesprochenen Standardsprache als Routine und der damit verbundene Anspruch an deren Lautung schwingen immer mit (vgl. dazu kontroverse Diskussionen, z.B. in: Mundart. Forum Helveticum, Verein Schweizerdeutsch 2005). Schon deshalb, aber auch um der Fähigkeit des sich ausdrücken Könnens, des Formulierens und Argumentierens willens und nicht zuletzt, um soziale Benachteiligungen auszugleichen, muss das fächerübergreifende Lernmedium „Bildungssprache Hochdeutsch“ zwingend Lerngegenstand sein und entsprechend in allen Fächern geschult, geübt und eingefordert werden. Denn, nutzt Unterricht Bildungssprache als Lernmedium, so bildet diese eine nicht zu umgehende Lernvoraussetzung (Meyer/Prediger 2012), die je nach häuslicher Sozialisation mehr oder weniger gewährleistet ist (Cummins 1986). Verschiedene Studien haben gezeigt, dass ein solider bildungs- und fachsprachlicher Aufbau nicht nur für Kinder mit Migrationshintergrund unerlässlich ist (vgl. Stanat 2006; Ufer et al. 2013; Prediger et al. 2015; Haag et al. 2015). Vielmehr ist der Faktor Sprachkompetenz als Schlüssel für den Schulerfolg zu sehen (Thürmann/Vollmer, 2012). Ganz allgemein muss darauf geachtet werden, auch in der Mathematik, dass keiner der vier Bereiche kommunikativer Aktivität ver-

nachlässigt, also sowohl Sprachrezeption als auch Sprachproduktion, mündlich wie schriftlich gepflegt und eingefordert wird.

Aber auch der Sprache als Lerngegenstand gilt es bewusst zu begegnen. Prediger betont, dass sprachbedingte Hürden nicht nur beim Lesen mathematischer Texte auftreten (z.B. bei Sachaufgaben), sondern in erster Linie bei Aufgaben mit kognitiv anspruchsvollen prozessbezogenen Anforderungen und mit konzeptuellen Anforderungen, also Aufgaben mit hohem Grundvorstellungsgehalt (Prediger et al. 2015; Ufer et al. 2013). Diese Befunde sind laut Prediger zurückzuführen auf die kognitive Funktion von Sprache, also die Rolle von Sprache auch als Denkwerkzeug, nicht nur als Kommunikationsmittel für im Prinzip richtig Gedachtes (Maier/Schweiger 1999; Prediger/Scherer 2018). Dies zeigt sich im Besonderen beim Erklären von Bedeutungen (Prediger 2013; Erath 2017), also bei Sprachhandlungen, die eng mit dem Aufbau von konzeptuellem Verständnis verknüpft sind und im Fokus neuester Forschungsarbeiten stehen (z.B. Prediger i. Dr.). Von den sieben aufgeführten Ansätzen zu sprachsensiblem Unterricht (Prediger/Scherer 2018) sind fünf fachlich lernwirksam: das Training fachspezifischer Lesestrategien für das Lösen von Text- und Sachaufgaben (Schukajlow/Leiß 2012; Prediger/Krägeloh 2015), das Stellen diskursiv reichhaltiger Anforderungen (Götze eingereicht; Waasmeier 2009) inkl. themenspezifischer Sprachschatzarbeit (Smit et al. 2013; Short 2017; Prediger/Wessel 2017; Götze eingereicht), die permanente Darstellungs- und Sprachvernetzung (Prediger/Wessel 2013, 2017) und das Verknüpfen konzeptueller und sprachlicher Lernpfade (Pöhler et al. 2017; Short 2017). Letztere beide gehen über das übliche Einfordern von Sprache - z.B. im Zusammenhang mit den Handlungsaspekten des Lehrplan 21 (vgl. Anhang) - hinaus und bedingen einen sachverständigen und bewussten, ja sogar beabsichtigten Umgang mit sprachsensiblem Mathematikunterricht (Anmerkung der Autorin). Nach Prediger (Prediger/Scherer 2018) gilt es in der Planung von Mathematikunterricht insgesamt auf eine parallele Sequenzierung zu achten; das heißt, dass zum inhaltlichen Lerngegenstand sowohl ein konzeptueller wie auch ein lexikalischer Lernpfad konzipiert und diese aufeinander abgestimmt werden. Eine aussagekräftige Veranschaulichung dient dabei als strukturelles Gerüst, an dem Inhalt und Sprache - und damit konzeptionelle Bedeutung - laufend verortet werden kann. Die Verknüpfung von fachlichem und sprachlichem Lernpfad verläuft im optimalen Fall nach dem *Prinzip des Makro-Scaffoldings mit gestufter Sprachschatzarbeit,* in der eigensprachliche Ressourcen mit dem zum Inhalt passenden bedeutungsbezogenen Denkwortschatz verknüpft und zu einem formalbezogenen Fachwortschatz weitergeführt werden. Erst mit diesem bewussten und an den Inhalt geknüpften Durchlaufen der verschiedenen Sprachregis-

ter gelingt laut Prediger der tragfähige Aufbau von fachlichem Verständnis und Wissen. Ziel ist eine kontextbezogene und nachhaltige Lesekompetenz (z.B. bei Sachaufgaben) sowie ein kreatives Vorgehen beim Lösen von mathematischen Problemen im Sinne von sich weiterführende Fragen stellen und sie bearbeiten können. Dass damit die fachliche Komplexität gesteigert werden kann, versteht sich von selbst. Leider gilt bei Lehrpersonen der Faktor Zeit noch viel zu oft als Hinderungsgrund, um gezielt am mathematischen Sprachschatz zu arbeiten (Anmerkung der Autorin). Der Nutzen der ganzheitlichen Repräsentationsvernetzung wird dabei verkannt, denn der gezielte Einsatz aller verfügbaren Register und Darstellungen als Lernmedium helfen, so Prediger, „sprachliche und fachliche Lernhindernisse zu überwinden" (Meyer/Prediger 2012). Nichtsdestotrotz, Interventionen mit sprachsensiblen Ansätzen können erst dann für mathematische Lernzuwächse als wirksam betrachtet werden, wenn sie spezifisch sprachliche Anforderungen des Mathematikunterrichts thematisieren, wenn sie sich auch auf Diskurs- und nicht nur auf die Wortebene beziehen und wenn sie möglichst eng mit den fachlichen Lerngelegenheiten verknüpft sind (Seidel/Shavelson 2007; Meyer/Prediger 2012; Prediger/Wessel 2012; Prediger/Scherer 2018).

Zusammenfassend kann dem Aspekt Sprache im Mathematikunterricht und dem individuellen Wissensaufbau eine umfassende Bedeutung beigemessen werden. Nicht nur dient sie der Vernetzung von vorhandenem und neuem Wissen, der Darstellung von Wissen überhaupt, sondern auch trägt sie im Prozess von Verständnisaufbau maßgeblich zu dessen Präzisierung und Konzeptualisierung bei. Gedachtes, wenn es denn explizit ausformuliert wird, kann zudem eingesehen, weiterentwickelt, ausgebaut und weitergegeben werden. Schließlich wird mittels Reflexion die Bewusstmachung von Zusammenhängen und Wissen generiert. Letztere wiederum hat Einfluss auf die Selbstwirksamkeit. Sprache ermöglicht damit entscheidende kognitive, emotionale und soziale Prozesse, auch in der Mathematik. Dem offensiven Ansatz von Sprachsensibilität im Mathematikunterricht sei also genügend Wichtigkeit zu attestieren, (an)erkennt man Sprache als verbindendes Element zwischen implizitem und explizitem Wissen einerseits und als Schlüssel zu den eigenen Konzepten und Ressourcen andererseits.

1.2.6 Die Bedeutung von Sprachregistern in der Idiolektik

Ein Sprecher kann im Rahmen seines Idiolekts verschiedene Sprachstile haben, wobei er jeweils eine Version seiner Sprachmuster und Vorlieben für einen bestimmten sozialen Kontext einsetzt. Darüber hinaus bilden verschiedene Idiolekte einer Gruppe von Sprechern, sei dies

nun regional oder in einer sozialen Schicht, einen bestimmten Dialekt. Aus den Sprachwissenschaften wissen wir hingegen, wie unterschiedlich im Erleben und Empfinden sich die Verwendung von Standardsprache im Gegensatz zur Umgangssprache äußert. Im einem Gespräch, das im Dialekt stattfindet, drücken sich mehr Vertrautheit, Nähe und Gewinn an Freiheit aus als in der Hochsprache (Braun, 1993). Wie viel feinsinniger, nuancierter und authentischer können dann erst idiolektische Äußerungen ausfallen, wenn dem Sprechenden der nötige Raum gegeben und dessen Reise durch sein Inneres (z.B. durch Rechtfertigungs- und Erklärungsaufforderung) nicht behindert, sondern entlang seiner selbst gewählten Bilder gefördert bzw. im Fluss gehalten wird. Letztlich geht es beim Anwenden von Sprache immer auch um Beziehung zum Nächsten und damit (auch) zu sich selber. Der Idiolekt geht denn auch weit über die sachliche, lexikalische Bedeutung der Worte hinaus in den gefühlsmäßigen Austausch zwischen Menschen (persönliche Wortwahl, para- und nonverbales Verhalten wie z.B. Sprachmelodie und Körpersprache). Als ressourcenorientierte und prozessinduzierende Gesprächsführungsform orientiert sich die Idiolektik konsequent an der Eigensprache des Gegenübers (Poimann, 2008). Mit einfachen Fragen werden in zieloffener Weise Gespräche gestaltet, so dass die Autonomie des Erzählenden stets gewahrt bleibt. Die wertfreie Grundhaltung der gesprächsleitenden Person, ihre Präsenz mit allen Sinnen im Hier und Jetzt, das vorbehaltlose sich Einlassen auf die Schilderungen des Gegenübers, gekoppelt mit der Unterscheidungsfähigkeit zwischen Selbst- und Fremdwahrnehmung sind für die Wirksamkeit eines Gesprächs von zentraler Bedeutung (aus einem Vortrag von Andreas Cincera, Dozent der Gesellschaft für Idiolektik und Gesprächsführung, D-Würzburg). Wird nämlich in einem beratend-begleitenden oder therapeutischen Gespräch der subjektiven Wahrnehmung und Erzählung bewusst Raum gegeben, entsteht eine Verbindung zu inneren Bildern und Erkenntnissen, die sehr viel mit dem individuellen Sein und Wissen zu tun haben. Dies geschieht mittels Idiolektik - wenn es gelingt - ganz mühelos und leicht. Es sind die Aussicht auf diese individuelle Wirksamkeit einerseits und der immer breiter werdende Anwendungsbereich der Idiolektik andererseits, die eine mögliche Verknüpfung mit der Mathematikdidaktik geradezu provozieren.

1.3 Problemstellung, Ziel der Arbeit, Hypothesen und Leitfragen

Laut Neurowissenschaft sind im limbischen System alle negativen und positiven Einflüsse (oft unbewusst) als affektiv-vegetativ-motorische Programme gespeichert. Gleichzeitig gelten diese durch neuronale Plastizität entstandenen Anlagen als entwicklungsgeschichtlich weit

zurückliegende Funktion von Sprache. Wenn nun diese Sprachentwicklungstheorie (Ramachandran 2005) besagt, „dass sich Sprache durch Verknüpfung verschiedener Sinnesmodalitäten entwickelt hat, so kann dieses Phänomen auch in der entgegengesetzten Richtung, nämlich von der Gegenwart in die biografische Vergangenheit, betrachtet werden“ (Bindernagel et al. 2010). Nun ist es aber so, dass ausgerechnet diese enge Verknüpfung von Großhirn-Funktion, dem limbischen System und den vegetativen Funktionen im Hirnstamm für leidvolle Prozesse wie psychosomatische Erkrankungen verantwortlich ist (vgl. dazu Jonas 1971). Wenn nun solch psychosomatische Krankheitsbilder entstehen, weil Informationen aus dem Innern des Organismus mit Informationen aus der Außenwelt verbunden werden (Poimann 1986, 1987), dann kann dieser Sachverhalt dafür genutzt werden, auf umgekehrtem Wege die Heilsamkeit „innerer Weisheit“ im Menschen zu aktivieren, indem in idiolektischen Gesprächen diesen paraverbalen, also limbischen Elementen der Sprache, besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird. [Das limbische System] “vermittelt so zwischen Anteilen bewusst gesteuerten Verhaltens wie z.B. Gedanken und Sprache auf der einen Seite und den [...] affektiv-vegetativ-motorischen Reaktionen auf der anderen Seite (Bindernagel et al. 2010).

Nun soll es in der Idiolektik aber keine Rolle spielen, ob es sich um schwerwiegende psychosomatische Phänomene handelt oder ob ein Mensch „einfach so“ über sich redet. Vorgang und Effekt der Methode und des in sich hinein Gelangens bleiben dieselben, auch ohne ernsthafte oder offensichtliche Probleme. Der Weg zu den eigenen Ressourcen ist in jedem Fall „heilsam“ in dem Sinne, als dass neue Herangehensweisen und Erkenntnisse gewonnen werden. Diese Erfahrungen machen Mut, denn wäre es nicht auch innerhalb eines mathematikdidaktischen Settings dienlich, neue Zugänge zu sich selbst, zu eigenem Wissen und innerer Weisheit zu bekommen?

Beiden Ansätzen gemein ist der sorgsame Umgang mit Sprache, die Sprachorientierung und Instrumentalisierung von Sprache. Im besten Fall sind mathematikdidaktische Ansätze und solche aus der Idiolektik also tatsächlich kompatibel und die doch sehr ähnlich anmutenden Konzepte vom Aufbau tragfähigen Wissens und der dabei entscheidende Zugang zu den eignen Ressourcen lässt sich gerade auch bei Schülerinnen und Schülern nutzen. Es scheint jedenfalls, als würden die menschlich-individuellen, lerntheoretischen Verknüpfungsprozesse von schulischem Lernen (vgl. SOI-Modell von Mayer & Wittrock 2004; Anhang 4) und jene beim Abspeichern von (körperlichem) Wissen mittels Sinnes- und Verhaltenserfahrungen praktisch identisch sein. In beiden Fällen resultiert ein teils positiv, teils negativ geprägtes

Erinnerungsvermögen, das individueller und somit „persönlichkeitsbildender“ nicht sein könnte. Wenn dem so ist, und wenn Idiolektik tatsächlich einen „mühelosen und leichten“ Zugang zu seinem Selbst ermöglichen kann, dann müsste man auch bei Kindern und Jugendlichen mit sogenannten Lernblockaden und lernhinderlichen Phänomenen unterschiedlicher Art einen positiven Effekt erwirken und beobachten können. Überhaupt käme man als Lehrperson mittels Idiolektik dem individuellen Anspruch seitens Schülerinnen und Schüler ein Stück näher. Heterogenität und die damit verbundene adaptive Lehrkompetenz bekämen eine zusätzliche Dimension. Dazu kommt, dass beim Ansatz von Mayer (2004) und der kognitiven Theorie des multimedialen Lernens als Instruktionsdesign zur Verknüpfung der Text- und Bildpräsentation von Lerninhalten keine motivationalen Aspekte (des Lehrens und Lernens) Berücksichtigung finden. Dies wird allgemein kritisiert. Der Aspekt der Beziehungsebene und des sich verstanden Fühlens ist bei der idiolektischen Methode aber geradezu Grundvoraussetzung und Gelingens-Bedingung. Vieles weist darauf hin, dass eine bescheidene, im Rahmen dieser Arbeit praktikable Untersuchung zur Kompatibilität von mathematikdidaktischen und idiolektischen Ansätzen sich lohnen könnte. Die Fragestellung lautet deshalb wie folgt:

"Lassen sich Ansätze der idiolektischen Gesprächsmethode im mathematikdidaktischen Kontext nutzen? Welchen Mehrwert könnten sie bringen?“

Dabei interessiert zum Beispiel die Frage, ob das Rüstzeug zur idiolektischen Befragungsmethode auch dann Anwendung finden kann, wenn das Gesprächssetting keine klassische Therapiestunde mit hilfesuchender Absicht ist, sondern eben in und um Unterricht passiert: spontan, mit weniger Zeitressourcen, zwischen Lehrperson und Schüler/Schülerin, etc. Dann sind idiolektische Gespräche grundsätzlich zieloffen, das heißt, dass die berichtende Person – hier der Schüler/die Schülerin – den Erzählpfad ganz alleine bestimmt. Durch die Aufnahme von Schlüsselwörtern und nur dieser Schlüsselwörter seitens des/der Interviewenden, dürfte der Gesprächsverlauf nicht bestimmt werden; Er kann (thematisch) irgendwo hinführen. Das wirft die Frage auf, ob – sollte man sogar im mathematischen Kontext starten – das befragte Kind diesen als Gesprächsumgebung überhaupt wählt, auch darin bleibt oder in seinen Assoziationen ganz weg „driftet“, womöglich in eine ganz andere Thematik als die ursprüngliche es war. Schließlich gilt es zu klären, ob und unter welchen Umständen sich ein Kontext als grundsätzlich „mathematikdidaktisch“ bezeichnen lässt, wann er als „idiolektisch“ gilt und ob ein Lernsetting Mischformen verträgt bzw. ob die Kenntnis beider Methoden in der (Lern-) Begleitung von Schülerinnen und Schülern besonders nützlich sein könnte.

2 Untersuchung (empirischer Teil)

2.1 Untersuchungsansatz, methodisch-methodologische Aspekte

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts, eingeleitet durch dich kognitive Wende, die u.a. die Abkehr vom Behaviorismus zum Kognitivismus bezeichnet und ungefähr den 1970/80er Jahren zugeordnet werden kann, rücken die Prozesse des Denkens in zahlreichen Wissenschaftsdisziplinen in den Vordergrund (vgl. Düsing 2014). Es wird nach Methoden gesucht, um diese individuellen Vorgänge nachzuvollziehen. Dementsprechend wird in den 1990er Jahren die empirisch-quantitative Forschung mit ihren standardisierten Methoden und ihrem Anspruch als „objektive Forschung" von Vertreterinnen qualitativer Forschung stark in Frage gestellt sowie deren Grenzen aufgezeigt: Die Subjektivität des Forschers/der Forscherin wird ebenso wie die der untersuchten Subjekte weitgehend ausgeklammert (z.B. Mies 1995). Maria Mies geht einen Schritt weiter und fordert gerade für eine feministische Forschung die bewusste Parteilichkeit anstelle des Postulats der Wertefreiheit und Objektivität. Aufgrund des Bedürfnisses nach neuer Sensibilität für empirisch untersuchte Gegenstände und der „Individualisierung von Lebenslagen und Biographie-Mustern" (Beck 1986), gewinnt die qualitative Forschung an Bedeutung und Aktualität (Flick 2006). Laut Frick ist zu den bisher großen Theorien und deren empirischen Untersuchungen vermehrt auch eine induktive Vorgehensweise angebracht, die „eher lokal, zeitlich und situativ begrenzte Erzählungen" zulässt und der Forderung nach „sensibilisierten Konzepten" in der Erforschung von Zusammenhängen nachkommt (Flick 2006, 12-13). Als Kennzeichen qualitativer Forschung gelten nach Flick folgende Aspekte: 1. Die zu untersuchenden Gegenstände werden in ihrer Komplexität und Ganzheit in ihrem alltäglichen Kontext untersucht. Sie sind Bezugspunkt für die Auswahl von Methoden und nicht umgekehrt (Gegenstandsangemessenheit). 2. Unterschiedliche subjektive Perspektiven und soziale Hintergründe beeinflussen die auf den Untersuchungsgegenstand bezogenen Sicht- und Handlungsweisen im Feld. Dies gilt es zu berücksichtigen (Berücksichtigung unterschiedlicher Perspektiven). 3. Die Reflexionen des Forschers/der Forscherin über seine/ihre Handlungen und Beobachtungen (inkl. Eindrücke, Irritationen, Einflüsse, Gefühle, etc.) werden zu Daten, die in die Interpretation einfließen (Reflexivität des/der Forschenden). Die allen drei Aspekten gemeinsame Hauptintention ist immer die „Lebenswelten von innen heraus zu beschreiben", wobei Datenerhebung und Datenanalyse vom *Prinzip der Offenheit* und vom *Prinzip der Kommunikation* geprägt sind (nach Flick 1996, S. 28ff). Ersteres besagt, dass „die

theoretische Strukturierung des Forschungsgegenstandes durch die Wissenschaftlerin erst dann vorgenommen wird, wenn seine Strukturierung durch die beforschten Subjekte erhoben und analysiert ist (Hoffmann-Riem 1980. S. 343). Das Prinzip der Kommunikation besagt, dass die Erhebung der „bedeutungsstrukturierten Daten“ nur durch eine „Kommunikationsbeziehung mit dem Forschungssubjekt“ möglich ist, die den Kommunikationsregeln des Beforschten und eben nicht denen der wissenschaftlichen Forschung folgt. (Heistinger 2006).

Das hier vorliegende *Forschungsinteresse* bezieht sich auf vier Fallanalysen. Aufgrund der oben ausgeführten Methodenaspekte bietet es sich an, eine *Erhebung mittels qualitativer Methoden* ins Auge zu fassen, die im Folgenden genauer ausgeführt werden sollen.

Ausgangspunkt ist jeweils ein individueller, diagnostischer Anlass (Lernumgebung), aus dem sich zum einen während der Bearbeitung der Forschungsaufgabe für die Untersucherin weitere Fragen ergeben in Bezug auf die spontane adaptive Lernbegleitung des Schülers/der Schülerin. Zum anderen soll der Proband/die Probandin auf dem Weg der Innenschau (Introspektion) dazu angeregt werden, eigene Handlungsweisen zu erkennen und diese zu reflektieren. Um diesen Effekt zu verstärken, wird in einer zweiten Untersuchungsanlage (idiolektisches Gespräch) die eigene Bearbeitung (im Sinne einer Retrospektion) nochmals rückblickend beleuchtet. Darüber hinaus wird der freien Assoziation für allfällige Hinderniserfahrungen, Anknüpfungsideen und Veränderungswünsche im Sinne Meyer/Jansen (2016) bewusst Raum gegeben. Natürlich sind die geplanten Forschungsanliegen und die daraus resultierenden Vermutungen und Hypothesen nur Momentaufnahmen innerhalb längerer Prozesse des Lernens. Nichtsdestotrotz können sie als „Scharniere wirken zwischen dem diagnostischen Anlass und der datenbasierten Beratung“, welche ihre „Bewährung in der Durchführung von Maßnahmen“ findet (ebd.). Nur so ist es laut den Autoren möglich, „diese diagnostischen Fragen auf Faktoren des Unterrichts zu beziehen, von denen angenommen wird, dass sie sich ausgehend von der gegebenen Situation direkt auf Lernerfolg und Leistung auswirken“ (Meyer/Jansen 2016. S. 81). Sie begründen weiter, dass „die Entdeckung einer neuen Perspektive auf Veränderungswünsche in diagnostischen Fragen [...] den Blick auf Entwicklungsbedarfe [ermöglicht], die bisher unerkannt geblieben sind, um bestimmte Entwicklungsziele zu verwirklichen [...] (Meyer/Jansen 2016. S. 84). Zur einfacheren Lokalisierung von Hinderniserfahrungen und Veränderungswünschen, wird die Diagnostik in drei Bereiche unterteilt und daraus Fragen sowohl aus Sicht der Lehrperson als auch des Schülers/der Schülerin generiert (Abb. 4). Im vorliegenden Forschungssetting und im Rahmen der Idiolektik geht

die Untersucherin jedoch davon aus, dass sich die relevanten Fragen und Lösungsansätze seitens des Probanden/der Probandin „von alleine“ ergeben, indem er/sie seine/ihre Themen selber anspricht und allenfalls weiter konkretisiert, ohne das nach einem diagnostischen Fragekatalog vorgegangen werden muss.

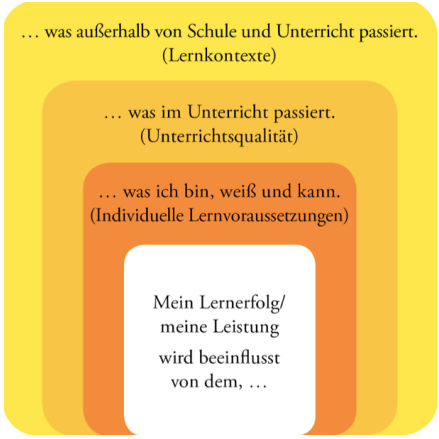


Abb. 5 Diagnosebereiche nach Meyer/Jansen (2016)

2.2 Art und Anlage der Studie

Forschungsgegenstand:

Der in dieser Arbeit intendierte *Untersuchungsgegenstand* setzt einen Vergleich und eine allfällige Verknüpfung von zwei unterschiedlichen Settings voraus: Zum einen soll die Bearbeitung einer vorgegebenen Lernumgebung mit einzelnen Schülerinnen und Schülern stattfinden, die von der Forscherin mathematikdidaktisch-adaptiv begleitet werden. Zum anderen interessieren daran anschließende idiolektische Gespräche, die darüber Auskunft geben sollen, ob und falls ja, in welcher Form, weiterführende (Lern-)Schritte generiert werden können. In beiden Fällen handelt es sich um Einzelsituationen, in denen das Individuum im Zentrum steht. Weg und Ziel der Ausführungen seitens der Schülerinnen und Schüler sind grundsätzlich offen, subjektiv und nur bedingt gelenkt. Zudem soll die Tragweite von persönlich gefärbtem In- und Output beleuchtet werden, die Feinheiten des Individuellen heraus geschält werden.

Im ersten Teil liegt der Fokus in der Kombination von sprachlicher Begriffsbildung zu mentalen Bildern, von individuellem Wissensaufbau durch Vorstellung und Versprachlichung und der aus fachdidaktischer Sicht optimalen adaptiven Lernbegleitung. Denn wenn auch die Verbalisierung mentaler Prozesse grundsätzlich nicht mit dem ursprünglichen Denkprozess

gleichgesetzt werden kann, weil Versprachlichung und zeitliche Differenz der Vorgänge bereits eine Weiterverarbeitung darstellen (Düsing 2014), ist schon aufgrund der unterschiedlichen Vorgehensweisen seitens Schülerinnen und Schüler mit aufschlussreichen Beobachtungen zu rechnen. Zudem gilt, dass je zeitnaher die Gedanken versprachlicht werden, desto eher eine Abbildung der ursprünglichen Gedankengänge gewährleistet ist (ebd.). Schließlich hängt die Verbalisierungsfähigkeit eigener Gedankengänge vom Entwicklungsstand und von den sprachlichen Kompetenzen des/der Probanden/in ab (ebd.). Dies gilt es in der Untersuchung zu berücksichtigen.

Im zweiten Teil liegt der Fokus einerseits auf der verzögerten Retrospektion (nach Düsing 2014) auf die Lernumgebung und andererseits auf den weiteren durch die Idiolektik (nach Jonas 1987) freien Assoziationen des Probanden/der Probandin.

Sowohl mit der idiolektischen Methode als auch beim „Lauten Denken" muss davon ausgegangen werden, dass nicht nur eine Verbalisierung kognitiver Prozesse, sondern gegebenenfalls auch von Gefühlen stattfindet (vgl. Bindernagel, 2016; Düsing 2014).

Personendaten:

Schüler 1 (S1): Raphael Zickermann, 12 Jahre, 6. Grundschulklasse der Swiss International School, männlich, Bruder von Jana Zickermann, Kind aus der Nachbarschaft.

Schülerin 2 (S2): Jana Zickermann, 7 Jahre, 1. Grundschulklasse der Swiss International School, weiblich, Schwester von Raphael Zickermann, Kind aus der Nachbarschaft.

Schülerin 3 (S3): Wechsler, 13 Jahre, 2. Sekundarstufe (8. Schuljahr), Niveau B, weiblich, Zwillingsschwester von Myriam Wechsler, Nichte der Forscherin.

Schülerin 4 (S4): Myriam Wechsler, 13 Jahre, 2. Sekundarstufe (8. Schuljahr), Niveau A, weiblich, Zwillingsschwester von Anouk Wechsler, Nichte /Patenkind der Forscherin.

Forschungsmethode 1:

Im ersten Durchgang handelt es sich um ein auf die einzelne Schülerin/den einzelnen Schüler bezogenes *fachdidaktisch begleitetes adaptives Lehr-Lern-Setting*. Für das methodische Vorgehen wird *das laute Denken (thinking aloud protocol)* nach K. Anders Ericsson und Herbert A. Simon (1984) gewählt, das den empirisch-induktiven Verbalisierungsverfahren zugeordnet werden kann (Düsing 2014). Der Schüler/die Schülerin wird im Vorfeld ausdrücklich darauf hingewiesen, seine/ihre Gedanken so zu kommentieren, als würde er/sie laut denken. Damit

wird nach Düsing (2014) eine *Introspektion* erreicht (zeitnaher Einblick in die mentalen Aktivitäten, die mittels der handlungsbegleitenden Verbalisierung im Kurzzeitgedächtnis abgelegt sind). Entgegen Düsings Auffassung zu den Regeln des *lauten Denkens* wird hier auf ein striktes Rückfrageverbot verzichtet. Zudem wird zu Beginn des Settings darüber informiert, dass es kein Richtig und kein Falsch gibt. Die Forscherin interessiert lediglich die Art des eigenen Denkens und Vorgehens seitens des Probanden/der Probandin. Schließlich bekommt dieser/diese kleine Hilfestellungen, sollte er/sie nicht weiter wissen. Das Ende der Bearbeitung bleibt offen; das bedeutet, dass Ausmaß der Vertiefung und Zeit nicht im Voraus bestimmt sind und die Übung seitens des/der Teilnehmenden jederzeit abgebrochen werden kann.

Formen der Dokumentation zur Methode 1:

Alle Probanden/Probandinnen werden im Vorfeld von der Forscherin gefragt, ob sie im Rahmen einer kleinen Untersuchung bereit sind, sich auf ein von ihr persönlich begleitetes Experiment einzulassen. Zur Dokumentation des Lösungsprozesses werden die *Schülerdokumente fotografiert* und dazu *handschriftliche Notizen* gemacht. Ergänzend dazu läuft ein *Audiomittschnitt*. Die Forscherin entschließt sich jedoch kurzfristig, das Aufnahmegerät (Sprachmemos auf dem iPhone) unbemerkt auf den Tisch zu legen, um keine falsche Erwartungshaltung zu provozieren. Sie klärt die Teilnehmenden danach sofort auf und holt das ausausdrückliche Einverständnis der Probanden/Probandinnen für die Weiterverarbeitung ein.

Aufgabendesign:

Als Lernumgebung werden die „mentalen Übungen an explodierenden Würfeln“ von Bernd Wollring (2016) gewählt. Dies aus folgender Überlegung: Es geht dabei um die Entstehung geometrischer Begriffe, die nach Jean Piaget „verinnerlichte Handlungen“ sind. Dabei bilden das „Verinnerlichen konkreter Handlungen an konkretem Material“, das „verinnerlichte Sehen geometrischer Gegenstände“ und das „verinnerlichte Gestalten [und Bauen] geometrischer Gegenstände den Kern des Begriffs Raumvorstellung“ (Wollring 2016). Die Lernumgebung regt damit Sprache an, und zwar in mehrfacher Hinsicht: Zuerst müssen mentale Handlungen kommuniziert werden, um sie sichtbar zu machen. Dann braucht es für Erklärungen und Begründungen, aber auch sachlogische Zusammenhänge etliche Begriffe (auch selbst kreierte) wie Lage- und Anordnungsbeschreibungen, etc. Beim Rechnen selbst müssen Anzahlen aus der geometrischen Anordnung heraus erkundet und zusammengestellt werden. Schließlich sind Einstiege, Wege und Strategien der Bearbeitung vielfältig und offen. All dies

ermöglicht eine Untersuchung mit Kindern und Jugendlichen unterschiedlichen Alters, Geschlechts und Vorbildung.

Einstieg: Die Forscherin legt weißes und kariertes Papier und einige Farbstifte auf den Tisch. Als Ausgangslage dient ein kleiner „Fröbel-Würfel“ (Holwürfel als Bauklotz), der dem Schüler/der Schülerin in die Hand gegeben wird. „Schließe bitte deine Augen! Stell dir nun vor, du hättest ganz viele solcher Würfel! Alle sehen gleich aus. Siehst du sie alle vor dir? Wie viele benötigst du, um den nächst größeren Würfel zu bauen?“. Es gibt nun, analog zu den Vorschlägen Wollrings (2016), mehrere Bearbeitungsmöglichkeiten: In einer ersten geht es darum, in der Vorstellung den Würfel der jeweils nächsten Stufe zu bauen und zu bestimmen, wie viele identische Holzwürfelchen es dazu braucht. Bei dieser mentalen Konstruktion kann vieles entdeckt werden, z.B. das Phänomen, dass tatsächlich immer wieder Würfel gebaut werden können, dass beim Vergrößern von Würfeln Längen, Flächen und Rauminhalt unterschiedlich wachsen, und vieles mehr. Das zweite Gedankenexperiment betrifft den lackierten Fröbel-Würfel: „Angenommen, ein solcher größerer, aus lauter kleiner Holzwürfel zusammengesetzter Würfel schwebt in der Luft und wird nun von allen Seiten mit roter Farbe, mittels eines Farbsprays, eingefärbt. Nun passiert das Erstaunliche: Der große Würfel explodiert und zerfällt in seine Einzelteile. Was siehst du?“ (Erst nach dieser gedanklichen Auseinandersetzung und entsprechender Äußerung werden von der Forscherin weitere Fragen formuliert, aber nur so viel(e) wie nötig. Diese können lauten: „Wie sehen diese Würfelchen aus? Sehen alle gleich aus? Was unterscheidet sie voneinander? Etc.“ Erst wenn der Schüler/die Schülerin seine/ihre eigenen Entdeckungen formulieren konnte, stellt die Untersucherin die eigentlichen Forscherfragen in den Raum: „Wie viele haben drei rote Flächen, wie viele haben zwei rote Flächen, wie viele haben eine rote Fläche und gibt es Würfel, die kein rote Fläche abbekommen haben? Natürlich unterscheidet sich das Resultat je nach Größe des ursprünglich zusammengesetzten Würfels. Aber auch dies – und das etwaige Zurückkommen auf eine kleinere Variante zur einfacheren Vorstellung – lässt die Untersucherin zunächst offen. Ebenso sieht sie das dazu nehmen von Material – in diesem Falle weitere Würfelchen – für dann als angebracht, wenn die mentalen Operationen versagen, wenn es um Bild-, Begriffs- und Vorstellungsaufbau oder um einen für die Vorstellung zu komplexen Objektumbau geht. Schließlich, aber erst dann, wenn der Drang nach einer gewissen Ordnung einerseits und Weiterführung des Problems nach oben aufkommt andererseits, legt die Forscherin die vorbereitete Tabelle als Strukturierungshilfe vor.

Die Aufgabe erfordert Raumvorstellung im wahrsten Sinne des Wortes. Tieferen Sinn gewinnt sie aber erst, wenn man beim oben erwähnten Abzählen auf Symmetrien des Gesamtkomplexes stößt (Wollring 2016) und damit geometrische und arithmetische Muster weiterführen kann. Dazu kommt die wichtige Rolle von Prozessen an Objekten, das mentale verändern können, wenn es um die Bildung geometrischer Begriffe geht. Dafür reicht eine rein statische Betrachtung von Objekten eben nicht aus.

Forschungsmethode 2:

In einem zweiten Durchgang, zeitnah an die Durchführung der Lernumgebung mit explodierenden Würfeln, findet je ein Einzelgespräch mit der Forscherin statt. Es ist dies ein *paralogisches Interview nach der idiolektischen Gesprächsmethode*. Die theoretischen Aspekte zur Fragetechnik sind in den Kapiteln 1.2.3 und 1.2.4 ausführlich beschrieben. Im Sinne eines Resümees seien die wichtigsten Punkte nochmals aufgelistet: Die Forscherin ist in erster Linie Zuhörerin. Sie orientiert sich konsequent an positiv konnotierten Schlüsselwörtern des/der Sprechenden und damit an dessen/deren Ressourcen. Die Fragen sind möglichst offen, einfach und konkret und zielen auf eine Verknüpfung mit dem limbischen System ab. Allerdings gilt es zu berücksichtigen, dass das Gespräch unmittelbar nach Abschluss der Aufgabenbearbeitung stattfindet und damit sehr wohl Beschreibungen und Gedankengänge aus der Lernumgebung als *verzögerte Retrospektion* bzw. eine *Reflexion* mitschwingen. Dies ist aber in keiner Weise hinderlich, sondern sogar erwünscht. Die Methoden schließen sich ja nicht aus.

Im Feld der qualitativen Interviews kann das idiolektische Gespräch am ehesten mit der Form des narrativen Interviews verglichen werden (geht auf Fritz Schütze am Ende der 1970er Jahre zurück). Dies insofern, als dass letzteres von allen Interviewformen den höchsten Grad an Hörerorientierung und den niedrigsten Grad an Fremdstrukturierung aufweist und die verwendete Eingangsfrage eine offene Erzählaufforderung ist (Heistinger 2006). Allerdings wird beim narrativen Interview die Erzählung NICHT durch Nachfragen unterbrochen: Die interviewte Person hat das absolute Rederecht, die Interviewenden sind verpflichtend, sich vollkommen zurückzunehmen. In diesem Punkt unterscheidet es sich klar von einem idiolektischen Gespräch, in dem nämlich ein konkretisierendes Nachfragen nach einem Bild, einem positiven Beispiel oder anderen Gelingens-Voraussetzungen erklärte Absicht ist. Unabweisbar ist aber, dass jedes Interview, in welcher Form auch immer, wechselseitige Kommunikation ist und damit auch ein Prozess. Jedes Interview ist Interaktion und Kooperation. Nach Heistinger (2006) ist denn auch „das ‚Interview' als fertiger Text [...] gerade das Produkt des

‚Interviews' als gemeinsamem Interaktionsprozess, von Erzählperson und interviewender Person gemeinsam erzeugt". So sehen das auch Idiolektiker (vgl. Bindernagel et al. 2010).

Formen der Dokumentation zur Methode 2:

Es ist nicht üblich, dass während eines idiolektischen Gesprächs Notizen gemacht werden. Zu Forschungszwecken werden aber auch diese *Interviews aufgezeichnet* und anschließend die *dichten Stellen des Interviews für die Analyse transkribiert* (nach den Regeln der einfachen Transkription, z.B. Dresing/Pehl 2013, 2018). Im Falle der Schülerin 4 hat die Aufnahme leider nicht funktioniert. Dieser Missstand konnte aber mittels sofortiger *schriftlicher Rekonstruktion des Interviews* auf ein Minimum beschränkt werden. Das Einverständnis seitens aller Probanden/Probandinnen und derer Eltern liegt der Forscherin vor. Da ausgerechnet bei dieser Schülerin weiterführende Einheiten der persönlichen adaptiven Lernbegleitung als Intervention aufgenommen werden, beschließt die Forscherin, diese mit *persönlichen Handnotizen* weiter zu dokumentieren und die Ergebnisse in die Analyse einfließen zu lassen.

Wichtige Anmerkungen zu den Dokumentationsmethoden:

Es liegen für die Studie aufgezeichnete Interviews vor, die zum Teil aus technischen Gründen, zum Teil aus Rücksicht auf Aspekte der Unbefangenheit und Authentizität nicht sehr gut verständlich sind. Das Hauptproblem liegt aber an der Tatsache, dass es bei der Untersuchung um deutschschweizerische Schüler und Schülerinnen geht, die sich in einem Kontext wie dem vorliegenden niemals aus freien Stücken standardsprachlich ausdrücken würden (vgl. die oben ausgeführte Passage zur Diglossie in der Schweiz). Im Gegenteil: sogar die Geschwister mit hochsprachigen Eltern (das deutsche Deutsch ist denn auch Familiensprache), drücken sich der Forscherin gegenüber klar im hiesigen Dialekt aus. Es ist von daher unvermeidlich, dass bei der Transkription – sowohl der Dialoge angesichts der Lernumgebung als auch der idiolektischen Gespräche, wo der Idiolekt bzw. der Dialekt per se ein zwingendes Merkmal darstellt – eine gewisse Authentizität verloren geht. Nichtsdestotrotz wird versucht, dieser bei der Transkription der als relevant erachteten dichten Stellen so gut als möglich Rechnung zu tragen. Die Forscherin entschuldigt sich bei der Leserschaft für allfällige, aus oben genannten Gründen, schwer verständliche akustische Dialoge.

2.3 Durchführung der Studie

Im Folgenden werden Auszüge aus der Untersuchung mit allen vier Probanden/Probandinnen sowohl aus dem ersten Untersuchungsteil „Lernumgebung explodierende Würfel“ als auch aus den idiolektischen Gesprächen mittels Gesprächsrekonstruktionen (stichwortartige Notizen) und Gesprächsprotokollen dokumentiert, Teile von Audiodateien transkribiert, mit Schüler/Schülerinnendokumenten belegt und Erarbeitungsschritte visualisiert. Es handelt sich dabei um eine von der Autorin getroffene Auswahl an *dichten Stellen* (aussagekräftige Passagen), die einen Vergleich unter den Schülern/Schülerinnen erlauben und Schlussfolgerungen und weiterführende Fragestellungen anregen. Im Fokus stehen in erster Linie die Leitfragen zur Arbeit. Weder Auswahl noch Bearbeitung sind abschließend. In der Transkription der Gespräche werden die Passagen der Forscherin mit F, jene der Probanden/Probandinnen mit S1, S2 für Schüler/Schülerin abgekürzt. Identische Vorbereitungen und Einstiege werden bei S1 dokumentiert, danach nicht mehr.

Thema:	Bildung mathematischer Begriffe am Beispiel der „explodierenden Würfel“
Material:	Mehrere kongruente Holzwürfel (Fröbel-Material), weißes sowie kariertes Papier, Bleistift und Farbstifte, vorgefertigte Tabelle
Stufe:	Grundschulstufe bis Sekundarstufe
Zeitbedarf:	3 bis 4 Stunden pro Proband/Probandin
Ort:	Bearbeitung der Lernumgebung am Tisch sitzend; Gespräch auf der Sitzgruppe
Studie:	4 Fallstudien im Zeitraum vom 10.10. bis 20.11.2018

2.3.1 Bearbeitung Lernumgebung und Gespräch mit Schüler 1

Sprachmemos (Audio-Dateien S1_1, 1:20:11und S1_2, 9:35)
S1_Tabelle (Anhang)

Vorbereitung:

F: „Magst du für Mathe in der Standardsprache, Im Dialekt oder sogar in Englisch denken? Wie soll ich sprechen?“ – S1 wählt den schweizerdeutschen Dialekt.

F: „Wir machen ein Experiment. Es heißt: laut denken! Eine Aufgabe, die mehrere Stufen hat. Wenn immer möglich, sagst du mir bitte, WAS du denkst und WIE du etwas machst oder ausprobierst. Es gibt kein richtig oder falsch, nur dein Weg interessiert mich. Ich werde dich auch nicht korrigieren, nur dich begleiten und mir hin und wieder ein paar Stichworte notie-

ren. Wenn du gar nicht mehr weiter kommst, gebe ich dir eine kleine Hilfestellung und wir schauen, wie es weiter gehen könnte. Du darfst natürlich auch Fragen stellen, die ich so zu beantworten versuche, dass du selber weiterkommst. Bist du bereit?“ S1 bejaht.

Lernumgebung mit S1:

F: „Schließe die Augen... Stell dir vor... der lackierte Würfel explodiert... (wie oben im Aufgabendesign beschrieben)...

F: Was siehst du? (4:00)

S1: Einige Würfelchen mit einer Seite rot, und die meisten mit gar nichts, also leer.

F: Gibt es noch andere Würfel als die mit einer roten Seite?

S1. Ja, jene mit zwei roten Seiten und solche mit drei rot Seiten. Aber nie vollständig (rot).

F: Wow! OK.

S1: (unterbricht die Forscherin) ...an der Ecke drei, an der Seite zwei, an der Fläche nur eine...

F: Wenn du das so gut siehst, was meinst du, könnten wir die zählen... wie viele von welchen?

S1: (Lacht). Kommt darauf an welche Höhe... und welche Breite.

F: Was brauchst du zum auszählen?

S1: Malen! (Zeichnen)

F: Wie groß willst du das machen?

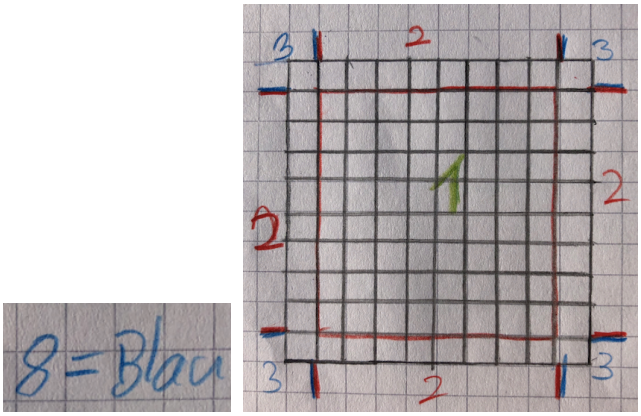
S1: 20 x 20 oder 10 x 10.

F: Ist das am einfachsten zum zählen?

S1: Ich glaube schon.

F: Also gut. Probiere mal!

S1: (Zeichnet. 7:45-9:20)



Schülerdokument S1_1

Im weiteren Verlauf kann S1 gut lokalisieren, wo die unterschiedlich gefärbten Würfelchen vor der Explosion platziert waren. Er zählt sie aus, indem er in der Luft gestikuliert und jeweils mit der Hand vorne, seitlich und hinten vom imaginären Objekt andeutet. Seine Zeichnung, in der er eine Methode gefunden hat, die korrekte Lage der einfach, zweifach und dreifach rot gefärbten Würfelchen zu bestimmen (man beachte z.B. die gut gekennzeichneten Grenzen zwischen 2/3 und die Rahmung für die 1), verleitet ihn jedoch dazu, in der Aufsicht auf 12 Eckwürfelchen zu kommen (4x3) und damit auf 24 für den ganzen Würfel. Durch Nachfragen klärt sich der Tatbestand, nämlich dass er (bewusst oder unbewusst) rote Flächen und nicht die Anzahl Würfelchen gezählt hat. Sofort wird ihm klar, dass es 8 Eckwürfelchen sein müssen. Er notiert dies mit blauer Farbe neben sein Bild. Bei der Suche nach den zwei-

fach gefärbten Würfelchen kommt er auf 4 mal 8 = 32 in seinem Bild. Für die Auszählung am großen Würfel versagt die Vorstellung. (14:00)

F: Gibt es eine Variante, sich dies einfacher vorzustellen als mit einem 10x10x10 Würfel?

S1: Mal 2.

F: Gut. Stellen wir uns doch diesen vor, zuerst ohne zu zeichnen! Wie sieht der aus?

S1: 2x2x2.

F: Wie viele Würfelchen hat der insgesamt?

S1: 4.

F: Wo liegen die?

S1: Nebeneinander und hintereinander. Also einer, dieser hat einen neben sich, einen vor sich und einen über sich. Und dasselbe verkehrt und auf der anderen Seite.

F: Und wie viele sind das dann?

S1: (Er lacht). 6!

F: Dein 2x2x2 Würfel?

S1: (Studiert lange, runzelt die Stirn?) Hä?

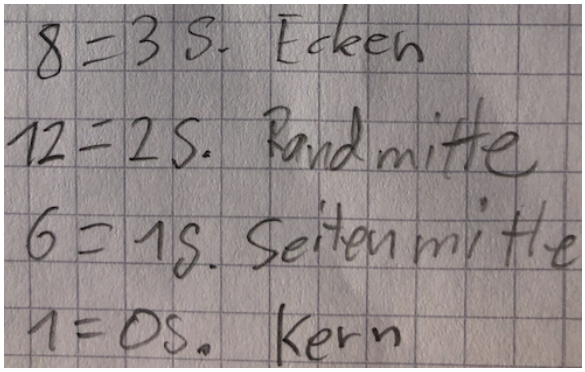
F: Wie sieht dein Boden aus? Beschreibe mir den mal!

S1: Man sieht 4... aha! 8!

F: Warum?

S1 Weil es zwei Flächen sind.

In der Vorstellung ist S1 sofort klar, dass dieser Würfel acht Ecken hat und mehr nicht. Als den nächst größeren Würfel schlägt es sowohl den 3x3x3 als auch den 4x4x4 Würfel vor, mit der Begründung, mit geraden Zahlen könne man besser rechnen. Er meint dann, der 3x3x3 Würfel ginge auch: „Da sind 9 unten, 9 oben und nochmals 9, 3 mal 9 (sind) 27 insgesamt“. Er argumentiert, dass es wieder 8 Ecken sind, wie bei jedem Würfel, dass jeweils pro Seite, also 6mal, ein einseitig rot gefärbtes Würfelchen auftritt und die zweifach rot gefärbten „in der Reihe, in der Mitte, außer ganz in der Mitte“ vorkommen. Nachdem die Forscherin nach einem geeigneteren Begriff für diesen Ort fragt, definiert er diesen als die „Randmitte“. Ebenso kommt er auf die „Seitenmitte“ für die einfach gefärbten und zur „Mitte der Mitte“ für das letzte, ungefärbte Würfelchen. Als die Forscherin dafür den Begriff „Kern“ vorschlägt,



Schülerdokument S1_2

springt er sofort darauf an und meint, dieses Wort gefalle ihm. Als Resümee zum 3x3x3 Würfel macht S1 folgende Darstellung (Abb. S1_2). Die Forscherin nimmt diese zum Anlass, mit S1 zusammen zu kontrollieren, ob die Summe all dieser Teilwürfelchen denn auch dem Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge 3 entspricht. S1 stellt etwas erstaunt fest, dass dem tatsächlich so ist.

An dieser Stelle (22:00) präsentiert die Forscherin S1 die Tabelle und bittet ihn, sich zu überlegen, ob er seine eigene Auflistung darin wiederfindet und sie für noch größere Würfel weiterführen kann. Er beschäftigt sich konzentriert und selbständig damit. Die Forscherin fordert ihn nett auf, laut zu denken, damit sie an seinen Überlegungen Teil haben kann. Bei der Berechnung der einfach gefärbten Würfel erkennt er, dass es jeweils 4 pro Würfelseite und im Ganzen 24 Teile sein müssen. Seine Begründung erstaunt: „Doch, da drin ist ja wieder ein 2-er Würfel (2x2x2), und es sind 6 Seiten (27:05). Etwas mehr Mühe bereitet ihm die Vorstellung der Anzahl Kanten (diesen Begriff kennt er noch nicht). Er kommt auf 8 Kanten: 4 vordere und 4 hintere. Die Forscherin ruft ihm den 3x3x3 Würfel nochmals in Gedächtnis, wo er auf 12 „Seitenmitten“ gekommen war. Er erkennt das Dilemma, weiß sich aber noch nicht zu helfen. Er folgert daraus: „Mit eineinhalb (Seitenmitten), aber das geht ja nicht“. Wieder und wieder zählt er seine Kanten (im Kopf)... und kommt auf 8. Die Forscherin gibt ihm einen großen Würfel in die Hand. Immer noch kommt er auf 8 Kanten. Die fehlenden 4 Kanten entdeckt er erst, als er ‚seine’ 8 anmalen darf. Er gibt aber zu, dass er „keine Ahnung hat, wieso“ es 4 nicht markierte gibt (35:10). Erst der Hinweis seitens der Forscherin, den Würfel bzw. die Kanten von verschiedenen Seiten zu betrachten und diesen (jeweils zu viert) eine Lagebeschreibung zuzuordnen (36:00) wie vier vorne, vier hinten, führt – bedingt – weiter. Auf die Zahl 12 kommt er erst, als er die bereits abgezählten „Ränder“ mit je einer Hand greifen soll (37:00). Dieser Umstand bringt die Forscherin dazu, dem Schüler den Fachbegriff Kante anzubieten. Gemeinsam beschreiben sie deren Beschaffenheit und Lage, was den Schüler dazu bringt zu sehen, dass immer 3 Kanten in einer Ecke münden und (mit viel Humor und vorzeigen) zwei Flächen eine Kante bilden (39:23). Dann erst bringt sie ihn zurück auf die Zählungen in der Tabelle, beginnend bei den ‚sicheren’ 8 Ecken. Bei den Kanten kommt der Schüler mit einem kleinen Umweg auf die 12, dann auf 6 Flächen. Gemeinsam stellen sie fest, dass diese Tatsache bei jedem Würfel gleich sein muss. In sorgfältiger und geduldiger Überlegung geht S1 nochmals alle Spalten durch und kommt auf ein Würfelchen-Total von 64. Seine Strategie: eine fordere Front von 16 Würfeln, dann 4 dieser Flächen hintereinander (44:00). Die endgültige Sicherheit erlangt er aber erst durch den Bau eines 4x4x4 Würfels (48:30), bei dem

er auch dessen Kern von 8 Würfelchen nochmals verifiziert. Zudem überprüft er selbständig seine Summe 64.

Der anstrengende Weg und das hartnäckige dran Bleiben am 4x4x4 Würfel machen sich beim 5x5x5 Gebilde bezahlt. Das vor ihm liegende Modell baut er um zu einer Seite mit 5x5. Er zählt: „5, 10, 15, 20, 25“ (pro Seite), dann „25, 50, 75, 100, 120“ (für den Würfel). Sofort eruiert er die Würfelchen ohne rote Farbe (56:38):

S1: (Zählt) 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 – mal 3 – das hatte ich schon!

F: Wow! Bravo! Wo?

S1: Hier (zeigt auf die Tabelle und die zweite Zeile).

F1: Was zeigt das dir? Wie muss ich mir das vorstellen?

S1: Dass genau ein 3-er Würfel da drin ist.

F: Sehr schön gesagt. Das kann ich mir vorstellen. Ein 3x3x3 Würfel, der da drin ist.

S1: Also 27. Go for it! Sehr schön.

Mit Leichtigkeit eruiert er die 54 einfach gefärbten Würfelchen. Jedoch stolpert er noch einmal über seine 16 Kanten, die er aber korrigiert und mit einer Kontrollrechnung (TR) die 125 als Gesamtzahl bekommt. Erst jetzt bemerken er und die Forscherin den Fehler von oben 59:30). Er ist sich aber sicher, dass er zuvor falsch geschrieben hat. Er rechnet nach: 25, 50, 75, 100, 125. Trotzdem beunruhigt ihn die Tatsache, dass man sich offenbar irren kann. Er macht sich darüber Gedanken. Die Forscherin nutzt seine Reflexion dafür, auf die Logik der Muster zu bauen, und mit Anleitung erkennt S1, dass es sich bei der 54 um eine 6-er Zahl handeln muss (1:01:20). Als es wieder um die Kanten geht, wechselt S1 plötzlich in die Standardsprache (1:02:15). Er erkennt eine Regelmäßigkeit (das Doppelte), die aber so nicht stimmt. Mit Hilfe der Forscherin sucht er nach der Regelmäßigkeit der 12 Kanten, für die er nun selbst den Fachbegriff braucht (1:04:41).

Da der Junge sich noch immer herausfordern lässt (er ist schon seit über einer Stunde am Arbeiten), fragt ihn die Forscherin noch nach der Regelmäßigkeit der ersten Spalte und braucht seine Entdeckung von vorher (3x3x3 Würfel) als Ressource. Dies bewirkt ein Aha-Erlebnis (1:08:13) und hilft für Anwendung beim 10x10x10 Würfel, den er tatsächlich auch noch hin bekommt. Beim Vergleich seiner Rechnung, wo er 10 Flächen zu je 100 addiert („100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000“) mit der symbolischen Darstellung von 10x10x10, sagt er: „Jetzt check ich’s!“ (1:11:10).

Idiolektisches Gespräch mit S1:

Lob für seine Leistung.

F: Wenn du an die Aufgabe denkst, was hast du im Kopf?

S1: Mathe.

F: Wie sieht Mathe aus?

S1: Rechnungen.

F: Kannst du mir diese Rechnungen beschreiben?

S1: Zahlen... Blöcke... ich denke an Blöcke.

F: Was sind Blöcke?

S1: Würfelchen.

F: Und was machen diese Würfelchen?

S1: Einen großen Block erstellen.

F: OK. Wie machst du das?

S1: Gleichmäßig aufbauen mit den kleinen, so wie es reicht.

F: Was braucht es dafür?

S1: Genügend Würfelchen!

F: Oh ja! Frau Waldvogel, mehr Würfelchen kaufen! (Beide lachen). Wie weit geht das?

S1: So im Kopf gerade etwa bis 10. Und sonst braucht man etwas Hilfe.

F: Vorausgesetzt man hat ganz viele Würfelchen. Wie weit geht es dann zum bauen?

S1: Unendlich.

F: Wow! Was heißt unendlich?

S1: So viel man will. Wenn man genügend Würfelchen hat, kann man jede Größe von Wolkenkratzern machen.

F: Das ist aber cool. (Beide lachen)

S1: Das ist groß, aber...

F: Weißt du, warum das geht?

S1: Weil... solange es immer symmetrisch ist, also immer gleich, dann kann man immer vergrößern. Die Blöcke müssen auch alle gleich sein. Und dann muss es eigentlich gehen. Mann muss natürlich immer wieder schauen, damit auch jede Seite gleich ist.

F: Also, alle Seiten immer gleich.

S1: Wenn es mega groß ist, könnte man eine Seite vergessen.

F: Du sagst „immer gleich“. Was ist immer gleich?

S1: Also, es kann nie 2x5x2 sein. Es muss 2x2x2 oder 5x5x5 sein.

F: Ja. Was ist noch gleich?

S1: Die Blöcke müssen gleich sein. Sie können nicht... 4-er Würfel und 6-er Würfe sein... und sie müssen stehen können.

F: OK.

S1: Wir haben zu Hause Würfel, die sind rund. Man kann trotzdem würfeln, sie gehen immer auf eine Zahl.

F: Aber die gingen zum bauen nicht so gut, wie wir das hier machen wollen.

S1: Vielleicht mit Lein, aber ja.

F: Du hast gemeint, man kann immer weiter bauen, wenn es immer gleich bleibt?

S1: Ja, wenn der Würfel... wenn er eine Ecke und drei Kanten hat... dass dann jede Kante gleich lang ist und jede Fläche gleich groß ist.

F: Oh! Das hilft mir. Das kann ich mir vorstellen. Gut. Gibt es noch etwas, das immer gleich bleibt? Wenn ich an die Zahlen denke?

S1: Womit man angefangen hat. Das bleibt immer. Z.B. beginnst du mit dem 2x2x2 Würfel und tust immer dazu. Egal was du machst, es bleibt immer noch ein 2x2x2 Würfel, vielleicht auch mehrere davon.

F: Mehr davon?

S1: Man kann den 2x2x2 Würfel in den 4-er stecken.

F: Ja. Bleiben noch andere Zahlen gleich?

S1: Ja, die Kan... Es hat immer 6 Flächen, 12 Kanten und 8 Ecken.

F: Poah! Egal wie groß mein Würfel ist?

S1: Mhm (nickt).

F: Stark! Das hast du... Siehst du das nun vor dir?

S1: Nein. (Lacht). Nicht wirklich.

F: Und warum weißt du es dann?

S1: Weil ich es mir dir angeschaut habe.

F: Und glaubst du es dir denn?

S1: Wir haben es ja am Würfel gemacht! Dann muss es ja stimmen.

F: OK. Und was sagt dir dann, dass es immer noch stimmt, wenn der Würfel grösser wird?

S1: Weil solange der Würfel viereckig, also quadratisch, also immer gleich ist, sich auch nichts ändert. Es hat ja immer 8 Ecken, egal wie groß er ist. Es sei denn, du verschiebst etwas, dann hättest du mehr.

F: Dann wäre es aber kein Würfel mehr, oder?

S1: Ja, und kein Quadrat und kein Viereck. Wenn es mehr als 8 Ecken hat, dann ist es auch kein Viereck mehr. Dann ist es ein Fünfeck, ein Sechseck, ...

F: Ganz genau. Zum Schluss, kannst du mir Unterschiede sagen? Du hast das Wort Quadrat gebraucht, ...

S1: ...Viereck...

F: ...und Würfel.

S1:... und Block.

F: Und Block, genau.

S1: Rechteck? Nein, das ist...

F: Kannst du mir das alles genauer beschreiben?

S1: Das Viereck hat einfach... kann auch ein Rechteck sein oder ein Quadrat. Ein Quadrat hat immer dieselben Seiten, egal welche Größe. Ein Block hat auch ein Quadrat.

F: Ist ein Block ein Quadrat?

S1: Es kommt darauf an, wie man es nennt. In der Mathematik oder als Block.

F: OK. Was ist für dich ein Block? Wie sieht er aus?

S1: Ein viereckiger Stein- oder Holzblock.

F. Gut.

S1: Was haben wir noch gehabt?

F: Ja, den Block.

S1: Würfel!

F: Was ist der Unterschied zwischen einem Quadrat und dem Block?

S1: Das Quadrat kann man zeichnen, und den Block... kann man auch zeichnen, aber das Quadrat kann man halt...

F: Was macht den Block aus?

S1: Er ist 3D!

F: Hey, super! Und dem würden wir in der Mathematik Würfel sagen, als Körper. Das Quadrat, wenn du sagst, man kann es zeichnen, dann...

S1: Es ist 2D oder 3D.

F: Das ist eben die Frage. Das Quadrat ist 2D.

S1: Außer man zeichnet es halt 3D.

F: Genau! Und wenn man es 3D malt, dann ist es zwar immer noch auf dem Papier, also in der Fläche, aber man zeigt, dass man es in 3D meint, und dann würde man dem Würfel sagen. Oder du sagst dem Block. Es ist dann aber kein Quadrat mehr. Es ist dann ein Körper, der, wenn alle Seiten gleich lang sind, Würfel heißt. Genau. Und was würde passieren, wenn man ein Rechteck 3D zeichnet?

S1: Hmmm.

F: Du hast vielleicht das Wort noch nicht gelernt.

S1: Gehört habe ich es auch schon.

F: Das ist dann nicht das Quadrat in 3D, sondern das Rechteck in 3D. Das gibt dann einen Quader. Cool! Du hast dir Mittagessen verdient.

2.3.2 Bearbeitung Lernumgebung und Gespräch mit Schülerin 2

Sprachmemos (Audio-Dateien S2_1, 49:25 und S2_2, 15:23)

S2_ Zeichnung_1 und S2_Zeichnung_2 (Anhang)

Vorüberlegungen und Vorbereitung:

Weil S2 mit Abstand die jüngste Probandin ist, wird die Lernumgebung anders verlaufen als bei den anderen. Im Sinne des Umgangs mit Heterogenität will die Forscherin aber versuchen, den Einstieg zum Bauen von grösser werdenden Würfeln beizubehalten und ist gespannt darauf, wie weit sich S2 darauf einlässt und wohin die Erkundung führt.

F: Magst du für Mathe in der Standardsprache, Im Dialekt oder sogar Englisch denken und reden? Wie soll ich sprechen? – S2 wählt den Dialekt.

Lernumgebung mit S2:

Würfel ertasten und Vielecke:

F: Magst du die Augen schließen? Ich gebe dir etwas in die in die Hand. Was spürst du?

S2: Einen Würfel

F: Was ist ein Würfel?

S2: Etwas Eckiges.

F: Was spürst du noch? ....

S2 öffnet die Augen. Sie beschreibt, was sie zusätzlich sieht: Striche (Maserung), Farbe, Holz

F: Warum sagst du dem Würfel?

S2 Weil er eckig ist... eckig und...

F: Weißt du etwas über diese Ecken?

S2: Sie sind nicht ganz spitzig, sondern ein bisschen rund.

F: Gibt es noch andere Sachen an diesem Würfel?

S2: Nein.

F: Wenn das die Ecken sind (sie hält vier Finger darauf), was ist sonst noch da, dazwischen?

S2: Ein Strich (4:48)

F: Und was gibt es noch zwischen vier Ecken (hält den Würfel an den Ecken)

S2 Holz...

F: Ja, genau, Holz: Wie ist dieses Holz?

S2: Wie ein Viereck. (5:15)

F: Wow, super! Das ist tatsächlich ein Viereck, weil es vier Ecken hat. Was hat dieses Viereck auch noch?

S2: Vier Striche.

F: Bravo. Kannst du dir dann vorstellen, was ein Dreieck hat?

S2: Drei Ecken... und drei Striche. (Sie zeigt und zeichnet ein Dreieck).

F: Es gibt Leute, die behaupten, es gäbe auch Fünfecke... Hast du das schon mal gehört?

Sie lacht, zeichnet ein Fünfeck und zählt dabei die Ecken ab.

F: Hat dieses Fünfeck auf fünf... Seiten? (Betonung und Geheimnis in der Stimme)

S2: (Pause). Ja. (6:45)...

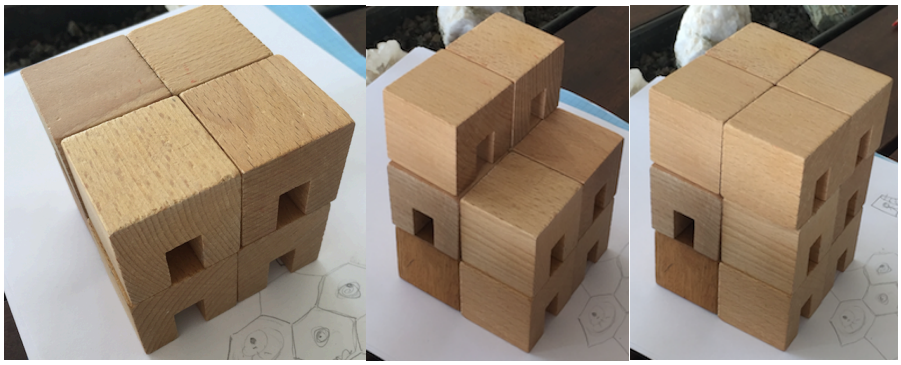
Beim Zeichnen eines Sechseckes stößt S2 an ihre Grenzen. Sie weiß aber genau, was sie erreichen will und hängt die fehlende Ecke bei einer Seite an, zählt nach (7:20).

Die Forscherin ergänzt den Bezug zu einem Tier, das sechseckige Waben macht, zeichnet. S2 imitiert sie und zeichnet von sich aus Honigwaben. Die Forscherin verkennt diese als Vierecke ☹ Sie legt ihr den falschen Namen in den Mund. Daraufhin schweigt S2 lange (9:15).

Würfel bauen (10:00):

Bei der Aufforderung, mit den Klötzen grösser werdende Würfel zu bauen, legt sie vorerst Flächen von 2x2 und 3x3. Sie begründet die zwei gleich langen Seiten. Beim nächsten Versuch kommt sie au feine Fläche von 4x5. Die Forscherin führt die Begriffe lang, breit, hoch ein. Letzteren kann S2 an der letzten Fläche zwar nicht zeigen, jedoch baut sie kurzerhand einen 2x2x2 Würfel, als sie gebeten wird, diesen 2 hoch zu machen (15:12). Die Forscherin wiederholt die drei Begriffe mit ihr und definiert damit die Bedingung für das Konzept Würfel.

Ihren nächst größeren Würfel beschreibt S2: drei hoch, zwei lang, zwei breit. Sie soll ihn vervollständigen. Darauf hin baut sie ihn zurück zu einem 2x2x2 Würfel. Wieder soll sie diesen beschreiben, was sie macht. Und dann erst kommt das nächste (erst nur sprachliche) Konzept (sie braucht dabei ein bestätigendes Kopfnicken): drei lang, drei hoch, drei... breit! (17:00). Dann auch handelnd.



Schülerinnendokument S2_1

Die Forscherin fordert sie heraus, indem sie etwas provokativ meint: „Jetzt geht es wohl nicht mehr weiter, oder doch?“

S2: Doch! Vier hoch, vier breit vier lang.

F: Und dann?

S2: Fünf hoch, fünf lang, fünf breit.

F: Geht das so weiter? Wie weit?

Hier endet das Gespräch.

Geschichte (20:00)

F: Erzählst du mir eine Geschichte zum Thema: Der Würfel?

(Läuft nicht spontan – muss sie etwas liefern?)

S2: viereckig, dann rund, blau; ein runder, blauer Würfel, der Trampolin springt, ohne Beine, auf dem Kopf, so... (Wunsch nach Bewegung?). Dann schwimmt er, geht an die Sonne, weil es dort schön warm ist und nicht zu heiß.

Zeichnen (26:00)

Geht spontaner – S2 verknüpft das Thema Würfel mit ihrer Geschichte vom Trampolin und zeichnet „de Würfel“ (Blatt 2): Ein Männchen mit Würfelzahlen in den Füssen, im Bauch, in den Händen, an der Hose, im Gesicht und an den Armen! (Die Geschichte vom Würfel wird hier gezeichnet!). Sie beschreibt ihn sehr genau und mit sehr vitaler Stimme. Sie zeichnet das Trampolin dazu, dann färbt sie das Bild ein.

S2: Er liebt rot und blau. Blau ist das Wasser, rot ist das Trampolin (ich hätte auf Wasser und Trampolin eingehen können).

F: Ist da eine Krone?

S2: (Berichtigt) Es sind grüne Haare.

F: Es ist ein Würfelmann entstanden!

Schülerinnendokument S2_2

Sortieraufgabe (33:00):

Die Forscherin bringt mehrere Spielwürfel und bitte S2, diese zu sortieren. S2 ordnet nach der Größe der Würfelzahlen und sagt dazu: „Die sind groß, die mittel, die ein wenig kleiner und die ganz klein“. Sie legt „Bauten“. Dabei entstehen Dreiecke, Vierecke. Sie kennt Lagebeschreibungen wie oben und unten, Mitte, am Boden, über einander, etc. Sie legt zudem ein L und ordnet ihre Bauten mit viel Fantasie und Engagement der Größe nach. Diese Körper beschreibt sie genau und bestimmt.

Number Bonds (38:00)

Im Schulheft von S2 (die Forscherin hatte dieses bei ihr gesehen) heißt das 10er Zahlenhaus ‚number bonds zu 10’. S2 legt mit den Würfeln ein number bond zu 5 (3+2)! Sie freut sich sehr und will sofort weiterfahren zu (4+1). Dann legt sie 5+(nichts). Sie definiert den Würfel 0! Bei den number bonds zu 6 findet sie alle! (zögert dann damit, es als Ende zu benennen). Doch dann begründet sie ihre gefundenen Zahlen und ergänzt dann: „Es ist fertig!“ (45:33).

Schülerinnendokument S2_3

Dann legt sie ein Muster: „Gross-klein-gross-klein-groß“ (gleiches Kriterium wie oben). Eine Geschichte erzählen mag sie nicht mehr. Dafür zeichnet sie noch ein paar number bonds auf ihr Blatt. Ihre Art zu folgern: „Muss drei werden, dann ist das 1 und das 2.“

Idiolektisches Gespräch mit S2:

S2 assoziiert über Gummibärchen und Erdbeergeschmack (ihre Favoriten). Sehr schnell beginnt sie wieder zu zeichnen. Auf dem Blatt erscheinen das Gummibärchen, eine Popcorntüte, eine Schere zum öffnen. Dann erwähnt sie, dass es hundert Popcorn in der Tüte gebe.

F: Wie viel ist das, hundert?

S2: Viel!

F: Wie muss ich mir das vorstellen?

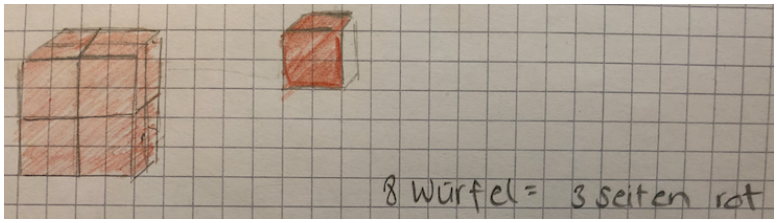
S2: So, dass du das nicht essen kannst.

Sie ergänzt eine Kürbis-Lampe (Halloween), erwähnt aber, dass die Kürbissuppe nicht fein war. Es kommen Karotten dazu.

2.3.3 Bearbeitung Lernumgebung und Gespräch mit Schülerin 3

Sprachmemos (Audio-Dateien S3_1, 1:38:21 und S3_2, 47:22)

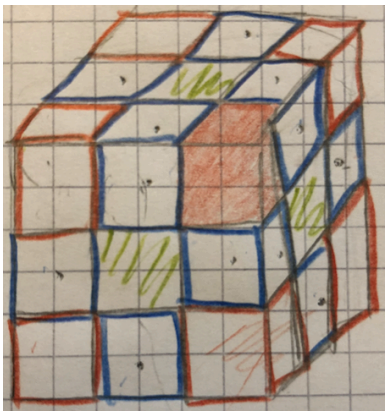
S3_Tabelle (Anhang)



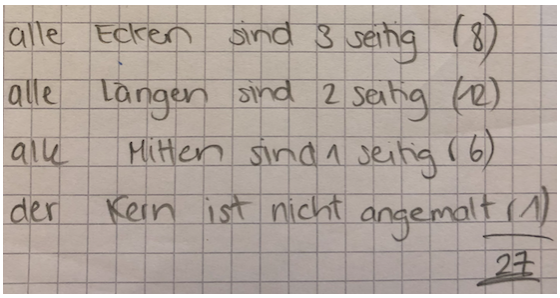
Schülerinnendokument S3_1

Lernumgebung mit S3:

Schülerin 3 sieht nach der ersten großen Explosion „ganz viele kleine Holzwürfelchen. Einige haben rote Farbe dran.“ Anfänglich erkennt sie solche mit einer Seite rot und solche ohne Farbe. Durch nachfragen („gibt es noch andere?“) findet sie noch zweifach gefärbte Würfelchen. Danach bekommt sie die Aufgabe, den nächst größeren Würfel zu bauen nach dem Einer (3:55). S3 kennt zwar die Bedingen für die Form eines Würfels (gleiche Länge, Breite, Höhe; hat 6 Seiten oder Oberflächen), kann den 2x2x2 Würfel aber trotzdem nicht auf Anhieb in der Vorstellung bauen, weil sie immer wieder die Kantenlänge (von 2 Einheiten) mit der Bodenschicht (von 4 Würfeln) vermischt. Die Diskussion regt dazu an, die Dinge genauer zu fassen. Beim zeichnen geht S3 von Anfang an systematisch vor. Sie beginnt beim Einer. Wie sich später heraus stellt, hätte dieser aber bereits eine Kantenlänge von 2 Häuschen gehabt (7:45). Jedoch hilft die Zeichnung des 2x2x2x Würfels nur bedingt für die Vorstellung dafür, was bei dessen Explosion passiert. S3 kommt zuerst auf 24 Teilwürfelchen (11:10), dann auf 16. Offenbar vermischt sie auch immer wieder Addition (4+4) und Multiplikation (4x4). Mit der Darstellung eines einzelnen Eckwürfelchens findet sie dann aber heraus, dass alle Würfelchen dreifach rot gefärbt und es Total 8 sein müssen (ab 14:14). Für die Ergänzung zum nächst größeren Würfel reicht ihrer Ansicht nach das Anhängen weiterer 4-er Flächen an der Seite und oben. Dann, beim Zeichnen eines 3x3x3 Würfels, fehlt ihr für die Tiefenperspektive von drei Schichten (statt nur einer) das Handwerk (18:15). Die Forscherin zeigt ihr darauf, wie sie ihr Problem zeichnerisch lösen kann. Somit fertigt S3 folgende Zeichnung an (Abb. 9). Sie kommt damit auf 27 Teilwürfel (22:52). Wenn dieses Gebilde explodiert, sieht S3 leere, dreiseitig und zweiseitig rote Würfelchen. Bei den Eckwürfelchen kommt sie aber auf 24 Stück, weil angeblich jede Seite 4 Ecken hat und es 6 Würfelseiten sind. Beim Bestimmen der einseitig gefärbten (die sie zuerst als leer bezeichnet hatte, meint sie, es gäbe noch welche innen drin. Alles in allem ergibt die Summe aber weit mehr als 27. Trotz aller guten Ideen, gestaltet sich die genaue Auszählung als schwierig, und es braucht einiges an Unterstützung, bis S3 durch genaue Lagebeschreibung der roten Flächen schließlich auf 8 (Eck-)Teile kommt (30:40). Die Forscherin benützt diesen Erfolg, um sich den passenden Fachbegriff „Ecken“ geben zu lassen, was bestens gelingt (30:50). Die Liste füllt sich langsam und die Tatsache, dass S3 den Würfel sinnvoll angefärbt hat, bringt ihr mehr und mehr Sicherheit. Die Forscherin drückt ihre Bewunderung dafür aus. S3 zählt bei den blauen Wür-



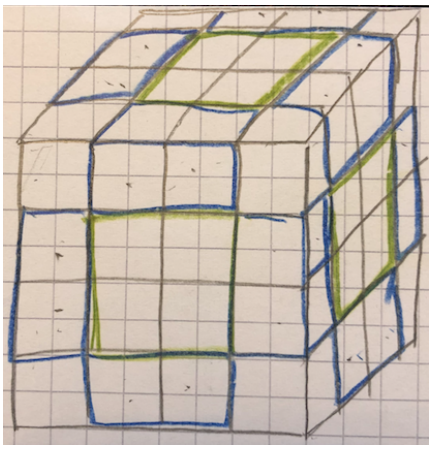
Schülerinnendokument S3_2



Schülerinnendokument S3_3

felchen jene 9 aus, die sie sieht und überlegt, wie viele noch verborgen sind. Souverän kommt sie auf 12 (33:50) und begründet deren Lage. Die Forscherin regt auch hier an, diesen Teilen einen passenden Namen zu geben: Die „Längen“ (sie belassen dies für den Moment). Bei den grünen Mittelteilen gestaltet sich die Rechnung als einfach. (36:00). Laut S3 liegen sie unten, rechts, links, vorne, oben, hinten. Auch das einzige (36:30) innere Würfelchen eruiert sie auf Anhieb richtig, mittels Ausschlussverfahren. Sie nennt es den Kern.

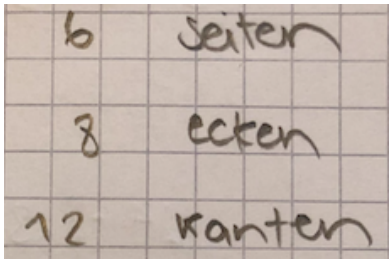
Zur Fortsetzung zum 4x4x4 Würfel legt die Forscherin die Tabelle vor und bespricht mit S3 kurz die Spaltenbezeichnungen. S3 trägt das bisher Erforschte in die Vorlage ein. Der Versuch, die nächste Aufgabe in der Vorstellung zu lösen, gelingt nur bedingt. S3 ist „schon mal klar, dass sich alles vermehrt“ (41:10). Auch sieht sie, dass die Ecken alle so bleiben und dreiseitig rot gefärbt sind. Wo sich denn etwas vermehre, will die Forscherin wissen. S3 ist sich sicher, dass sich die Teile auf den „Längen“ verdoppeln, es also 24 werden (42:20). Nur die einfach gefärbten machen noch Probleme. Da hilft wieder eine Zeichnung, dazu Versprachlichung. Die Überprüfung des Totals führt dazu, dass die Anzahl im Kern nicht stimmen kann. Für diese Erkundung braucht es den Bau des Würfels (Anstoß der Forscherin). Dieser führt zur Veranschaulichung und damit zur Lösung (1:00:15).



Schülerinnendokument S3_4

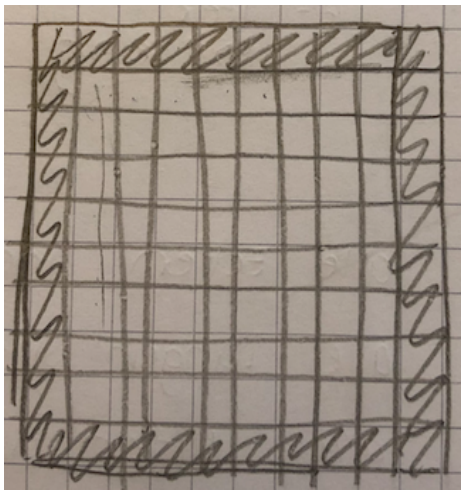
Beim 5x5x5 Würfel kommt S3 unter Anleitung zur Erkenntnis, dass die Kerne jeweils versteckte Würfel sind und sich der Sachverhalt so weiterführen lässt. Das Vokabular, „reinpassen“, ist vorhanden. Für die restlichen Berechnungen ist sie motiviert. Die 8 Ecken kennt sie bereits. Die 36 zweiflächig roten Würfelchen errechnet sie aus 12mal eines, das dazu gekommen ist. Bei den einfach roten zählt sie aus, was sie sieht und kommentiert, dass sie „einfach (auf 54) ergänzt habe (1:13:05)! Die gelieferten Erklärungen stimmen. Nun fordert die Forscherin S3 auf, die bis hierher erkannten Regelmäßigkeiten bewusst als System anzuwenden, damit sie den 10x10x10 Würfel eben nicht zu zählen brauche. Das motiviert S3, am Ball zu bleiben, obwohl sie schon etwas müde zu sein scheint. Er-

neut macht sie sich an die Strategie für die zweifach rot gefärbten Würfelchen und findet heraus, dass es beim 3x3x3 Würfel zwei pro Seite waren, sie aber nur drei von sechs Seiten zu zählen braucht (1:19:40). Mit etwas Hilfe bestimmt S3 die Regelmäßigkeiten (1:20:00/ S3_4).



Schülerinnendokument S3_5

Sie kennt den Begriff Kante und kommt auf 12, und obwohl sie zuerst falsch argumentiert, kommt sie spontan auf 8x12 Teile für den 10x10x10 Würfel. Sie definiert sogar „x mal Kante“, ist sich aber nicht sicher, wie viel x ist (1:22:13). Dann findet sie aber heraus, dass es beim 6x6x6 Würfel vier Teile sind pro Kante, beim 7er fünf, beim 8er sechs, beim 9er sieben und deshalb beim 10er acht doppelt rot gefärbte Würfelchen. Beim Zusammenfassen (1:33:40) erklärt S3 nochmals eindrücklich alle Rechenstrategien, indem sie der Forscherin mittels Lagebeschreibungen und Fachwortschatz rezitiert, was gilt und warum es gilt und deshalb zur Berechnung der Anzahlen genutzt werden kann.


Schülerinnendokument S3_6

Idiolektisches Gespräch mit S3:

F: Mathematik. Was kommt dir dabei in den Sinn?

S3: Zahlen, Fläche, der Würfel, Schule...

F: Wo willst du einsteigen?

S3: Schule.

F: Was kommt dir bei Schule in den Sinn?

S3: Meistens schön.

F: Was ist schön?

S3: Ich gehe gerne zur Schule. Ich stell mir vor, ich sitze am Pult und der Lehrer erzählt etwas. Ich sehe das Schulhaus und es kommt mir Mathe, Deutsch, Französisch und Englisch in den Sinn.

F: Was zur Mathe?

S3: Immer noch Zahlen?

F: Zu Zahlen?

S3: Mathe.

F: (Sie lacht). Hast du ein Beispiel für mich?

S3: Wie man eine Fläche berechnet und Variablen.

F: Was sind Variablen?

S3: Buchstaben... um etwas zu beschreiben.

F: Machst du mir ein Beispiel?

S3: Wenn man sagen will, dass man Äpfel braucht, aber man weiß noch nicht wie viele. x mal Äpfel.

F: Wofür steht dann x?

S3: Die Zahl.

F: Was bringt das dann?

S3: Weiß ich nicht.

F: Vorher meintest du, du gehst gerne zur Schule. Was macht es aus, dass du gerne gehst?

S3: Meine Kollegen, aber auch das Wissen, dass Schule schöner ist als arbeiten, und ich weiß, dass ich das später brauchen kann, was ich lerne, auch für meinen Beruf. Dann mache ich mit, danach ist Pause, und wenn ich zuhöre machte es Spaß.

F: Warum macht das Zuhören Spaß?

S3: Weil man dann das Thema versteht, dann ist es auch nicht schlimm.

F: Was heißt verstehen für dich?

S3: Wissen, worum es geht und kapieren, wie es geht; Aufgaben selbständig lösen können.

F: Was ist das Schöne am selbständigen Arbeiten?

S3: Ich kann in meinem Tempo, so wie ich will und auf meine Art.

F: Was ist deine Art?

S3: Z.B. mit einem Block neben mir, wo ich alles aufschreiben kann. Auf meine Art, nicht so wie der Lehrer zeigt, dass man es machen soll.

F: Was ist das Schöne an der eigenen Art?

S3: Dass man danach stolz sein kann darauf.

F: Gibt es in der Mathe Dinge, die du gern machst?

S3: Ja, wenn es nicht nur mit Lösungen zu tun hat, sondern mit weiter denken.

F: Was ist weiterdenken?

S3: Selber etwas herausfinden und mit zeichnen, darstellen, aufschreiben.

F: Was gibt es denn zu zeichnen, darzustellen und aufzuschreiben?

S3: Den Rechnungsweg, Antworten aufschreiben, zeichnen zur besseren Vorstellung.

F: Was ist der Vorteil davon?

S3: Man weiß besser, wie es funktioniert, weil ich es mir selber beigebracht habe.

F: Selber beigebracht, das tönt spannend.

S3: Denkst du an etwas, was dir besonders gut gelungen ist?

F: Das Arbeitsblatt mit Umfang zum Rechteck, mit Variablen, x und y... da war angegeben, wie groß x und y sind, und dann musste man das addieren.

F: Was ist dir daran gut gelungen?

S3: Ich konnte schnell arbeiten und ich habe es verstanden.

(kleine Pause)

F: Woran denkst du gerade?

S3: An mein Blatt.

F: Was war noch auf dem Blatt.

S3:Ich hatte mit Leuchtstift angestrichen, und man musste noch die Fläche berechnen.

F: Was ist denn Fläche?

S3: Ah, da gab es eine Klammer und plus. Das mit der Klammer hatte ich gut verstanden und dann einfach abgeleitet.

F: Was muss ich mir darunter vorstellen?

S3: Ach, wie sagt man dem schon wieder? Es war eben vor den Ferien.

F: ... Wie sah es denn aus?

S3:.. Ah, es gab mehrere Quadrate und Rechtecke ... x(3y+x)

F: Um Teile zusammenfügen zu können?

S3: Ja, um die Fläche berechnen zu können... die Fläche wäre dann die Seite mal die andere.

F: Wie sieht der Matheunterricht aus mit deinen Kolleginnen und Kollegen?

S3: Manchmal dürfen wir aus dem Zimmer. Dann gibt es jene Gruppen, die reden und nicht vorwärtskommen, dann jene, die sich abschirmen und dafür sehr weit kommen und dann gibt es jene dazwischen, die reden und sich trotzdem konzentrieren können.

F: Zu welchen gehörst du?

S3: Zu den Mittleren. Ich rede schon, bin aber trotzdem bei den schnellsten. Es kommt darauf an, ob ich mich konzentrieren kann. Ich arbeite nicht sehr gerne im Schulzimmer, weil es dort unbequem und stickig ist. Ich bin gerne auf dem Balkon.

F: Wie kannst du dich konzentrieren?

S3: Indem ich die mich auf die Arbeit besinne und nicht zuhöre, was die anderen reden.

F: Wie machst du das?

S3: Beim Arbeitsblatt z.B. mir die Sachen nochmals sagen im Kopf, fast flüstern (14:10).

F: Wie geht das?

S3: Nicht richtig sagen aber fast sagen.

F: Und wie arbeitet ihr gemeinsam?

S3: Da denkt man gemeinsam laut und sagt, was man jetzt machen würde, ja, diskutieren, dann kommt man zusammen zur Lösung.
F: Wie geht das?
S3: Lautes Denken, dann versteht man: „Aha, ja, stimmt!“
F: Das stelle ich mir spannend vor. Was ist das Schöne daran?
S3: Dass man nicht alleine ist. Man hat auch ein bisschen Hilfe. Und trotzdem muss man selber denken.
F: Wenn du an unser Würfel-LU denkst, was ist da vorhanden?
S3: Das man nicht alles wissen muss und eben Dinge aus der ersten Reihe ableiten kann.
F: Sonst?
S3: Die vielen Würfelchen, die ich zu einem gemacht habe.
F: Magst du etwas zur Schule und dem Nutzen für den Beruf sagen?
S3: Ja, (macht ein langes Beispiel... und spricht danach von ihrem Berufswunsch weiter...)

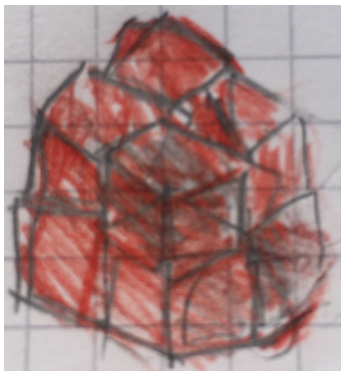
Das Gespräch geht weiter. Die ganze Transkription würde hier aber den Rahmen sprengen. Ressourcen der S3 sind u.a. liebe Menschen, Teamarbeit, Leute um sich, mit denen man reden und Kontakte pflegen kann. Zudem liebt sie Sprachen und das Ausland. Damit sie gerne und noch lieber für die Schule lernt, braucht sie cooles Material wie schöne Stifte und Hefte, oder aber ein schönes Ambiente mit fahlem Licht und etwas zu essen oder zum Naschen, Kaugummi passt auch. S3 möchte zudem ein Lehre Fachangestellte Gesundheit in einem Altenheim machen oder aber Flight Attentat werden und dafür eine Lehre im Hotelfach absolvieren. Sie erzählt sowohl von ihren Wüschen als auch von den Erfahrungen, die sie eben gemacht hat in der „Schnupperlehre“ im Altenheim. Dort bekam sie das Feedback, dass sie lauter reden, sich mehr getrauen (Fragen stellen) und ihr Interesse verständlich machen solle.

2.3.4 Bearbeitung Lernumgebung und Gespräch mit Schülerin 4

Sprachmemo (Audio-Datei S4_1, 1:36:50)
S4_Tabelle (Anhang)
S4_Sitzungen_Nachhilfe (Anhang)

Lernumgebung mit S4:
S4 sieht Würfelchen mit rot und einzelne ohne Farbe. Es seien nicht alle gleich. Sie sieht aber nur immer eine Seite rot. Die Forscherin regt sie an, einen möglichst kleinen Würfel zu bauen.

Sie macht aus zwei Viererschichten einen Würfel aus 8 Teilen (4:30). An diesem sieht S4 im zweiten Anlauf zwei rote Flächen pro Würfelchen. Sie zeichnet ihn, und erst dann merkt sie, dass nur die Innenwände holzfarbig bleiben (7:58). Sie beschreibt ihren nächst größeren Würfel, indem sie auf allen Seiten anbaut. Die Formulierungen bleiben etwas diffus. Sie sieht aber, dass nach der Explosion einige Würfelchen zwei Seiten rot haben, weil sie „dazwischen liegen“ (15:15). Beim Zeichnen von oben dauert es seine Zeit, bis sie auf ein Quadrat kommt. Sie eruiert anhand der Zeichnung 6 Würfelseiten (20:48). Das Total beim 3x3x3 Würfel macht ihr zu Beginn Mühe. Die Forscherin regt sie an, gleich vorzugehen wie beim kleineren. Das bringt sie auf 27 Teile (22:45). Sie startet mit den dreifach roten Würfelchen und merkt beim Einfärben, dass die Seiten der Ecken zu denselben Würfelchen gehören. An dieser Stelle hilft die Forscherin mit dem 3D Zeichnen. Plötzlich fällt der Begriff „Ecke“ (25:45). Die weitere Erarbeitung erfolgt eng geführt. Dann fällt die Zahl 8 (27:30). S4 wird aufgefordert, mit dem kleineren Würfel zu vergleichen (28:00):



Schülerinnendokument S4_1

S4: Da sind es auch 8 (Ecken).

F: Kannst du mir das bitte begründen?

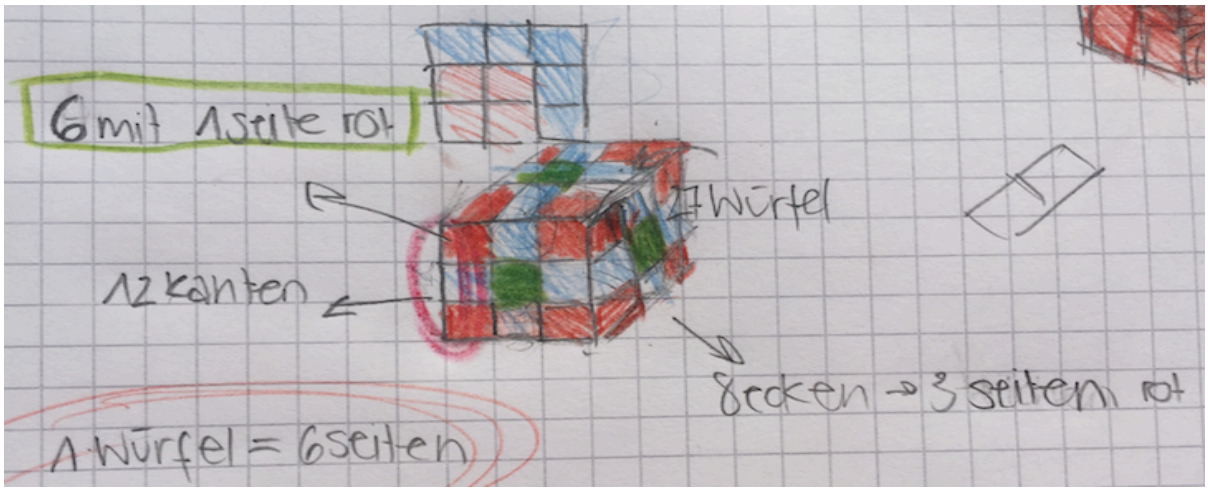
S4: Ein Viereck hat 4 Ecken, und es ist dreidimensional. Das sind dann 8.

F: Und warum hat dann der größere Würfel immer noch 8 Ecken?

S4: Weil das Volumen, oder wie das heißt, anders wird. Aber es ist immer noch die Form.

F: Bravo. Das ist eine gute Aussage. Wow! Und wo ist er denn grösser geworden? Du hast schon gesagt beim Volumen...

Beim Einfärben des Würfels wird S4 klar, dass es noch zweifach gefärbte Würfelchen gibt, und dass diese zwischen den Ecken liegen. Bei der Frage, ob man diese zählen kann, stöhnt S4. Sie zeichnet dann aber willig weiter und denkt fortlaufend laut. Sie erkennt dabei die mitt-



Schülerinnendokument S4_2

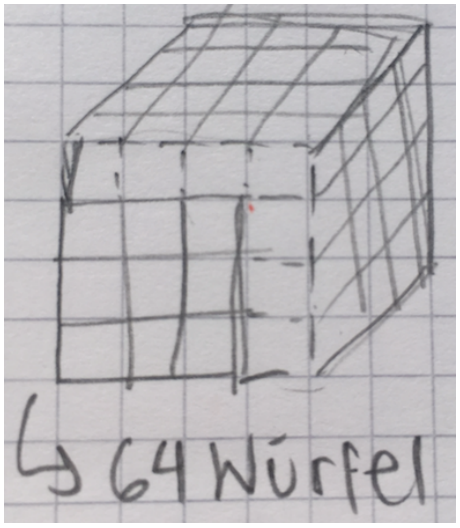
lere Mitte“ mit nur einer Fläche rot. Sie kommt auf alle 6 Würfelchen. Mit etwas Unterstützung ergänzt sie diese und die 8 Ecken auf Total 27. Die Zahl 13 verwirrt nun selbst die Forscherin ☹, weil sie vorübergehend nicht mehr an das Kernwürfelchen denkt. Sie holt das Würfelmaterial hervor. Bei der Begriffssuche für „zwischen den Ecken“ (37:15) lässt die Forscherin S4 den Würfel abtasten. Dabei nennt diese den Fachbegriff Kante. Gemeinsam definieren sie das Konzept zum Begriff. Danach kommt S4 tatsächlich auf 12 Kantenwürfelchen.

Schülerinnendokument S4_3

Das Total von 27 Würfelchen zeigt auf, dass eines vergessen gegangen ist. Dafür wird nun gebaut. Die Forscherin behauptet nämlich, dass die Mathematik Recht behält und es nun darum gehe, das vergessene Würfelchen zu finden. S4 baut also den 3x3x3 Würfel und schlägt vor, die ihr bekannten Größen, beginnend bei den Ecken, wieder wegzunehmen (41:00). Das tut sie konsequent, bis sie entdeckt, dass es noch eine „Mitte der Mitte“ gibt (43:35). Und diese sei alles Holz! Sie notiert ihre Errungenschaft: Mitte von Mitte, kein rot, alles Holz.

Beim nächst größeren Würfel sieht S4 in ihrer Vorstellung von Anfang an 8 Ecken, 12 Kanten, eine Mitte, 6 Seiten! Für die Teilwürfelchen bedeute dies – sie will dies zeichnen –16 Teile an der Frontseite. Allerdings kommt sie zunächst auf 16x6 Total. Das Bauen hilft weiter: Vier in die Höhe und 16x4 Würfelchen für 4 Schichten. Sie rechnet dies schriftlich aus, kann es aber auch im Kopf. Beim Auszählen beginnt sie mit den Ecken, diese wisse sie ja schon. Sie lässt sich dann aber dazu verleiten, die Zahlen 8, 12 und 6 in die Tabelle zu schreiben, ausgehend von den Ecken, Kanten und Seiten, merkt aber mit etwas Hilfe, dass die Summe niemals 64 geben wird. Als nächstes merkt sie, dass die Kanten (wie zuvor die Ecken) zwar bleiben (59:30), es aber da zwei Würfelchen gibt, also 24 blaue im Total. Bei den grünen Mitten kommt sie sehr schnell auf 6x4 Würfelchen. Sie staunt, dass es schon wieder 24 gibt. Den Kern errechnet sie mit 4. Es fehlen 4 in der Summe, die sie überall sucht, nur nicht im Kern. Doch als die Forscherin sie auffordert, sich diese 8 fehlenden Würfelchen vorzustellen, kommt sie sofort auf den ersten Würfel (1:01:30) und bezeichnet ihn als solchen! In der Fortsetzung will sie zuerst das Total berechnen und dann sehen, ob dieses stimmt. Sie beginnt wieder mit den Ecken, die ja immer gleich seien. Dabei entdeckt sie rückwirkend, dass der kleinste Würfel ja *nur* aus Eckteilen besteht (1:03:18).

Die Forscherin schlägt vor, von nun an bewusst Muster zu gebrauchen. Bei der Berechnung des Volumens des 5x5x5 Würfels ergeben sich neue Unsicherheiten, weil S4 einmal 5x25, dann aber wieder 25x25 rechnen will. Das genaue begründen müssen führt sie aber zu einer nächsten Entdeckung: zum Exponenten 3 (1:07:12) und zum Volumen als Begriff (1:07:57). Sie erkennt ein Muster und führt es bis zum 10x10x10 Würfel weiter (1:09:14). Die Muster werden notiert. Bei der Beschreibung der Würfelchen an den Kanten kommt sie mit Begründung auf die 12-er Reihe (1:12:00). Die Seitenmitten werden wieder von „unten her" aufgebaut, es kommen eigene Strategien und Begründungen dazu, das Ergänzen (1:14:43). Danach werden die Würfel-Mitten untersucht und nachgebaut. S4 lässt sich auf die Expedition ein, die zweifach rot gefärbten Würfelchen zu berechnen, mit Erfolg! Sie fährt selbständig weiter und reüssiert mit etwas Unterstützung und Scharfsinn erneut (1:22:20). Dann schleicht sich bei der Flächenberechnung ein Fehler ein, der aber bald erkannt und korrigiert wird. S4 gibt nicht auf. Als sie eigentlich mit dem 10x10x10 Würfel fertig ist (1:29:00), fragt sie: „Und was heißt das *n*?" Kurz darauf merkt sie, dass man auch von einem x reden könnte. S4 löst darauf die ganze Zeile formal auf. Ihre Erkenntnisse überstürzen sich förmlich (1:32:42; 1:33:30). Zum Schluss bestimmt sie den Würfel im Kern du sagt laut und deutlich: „Ja, und das ist (n-2) mal (n-2) mal (n-2), das heißt (n-2) hoch drei" (1:33:40). Selbst die Kubik Berechnung glückt, indem auf kurz den 10x10x10 Würfel zurückgegriffen wird (1:34:20). Noch einmal macht die Forscherin einen Bezug zur fachlichen Sprech- und Schreibweise von Volumina. Damit erschließt sich für S4 der eingangs thematisierte dreidimensionale Raum auf eine neue Weise. Es folgt eine kurze Gelingens-Reflexion (1:35:45).



Schülerinnendokument S4_4

Idiolektisches Gespräch mit S4:

S4 wird aufgefordert, Platz in der Polstergruppe zu nehmen. Sie wählt die Seite (anders als die Forscherin denkt) und die Knusperstangen, die sie zum Gespräch knabbern will.

F: Mathe... was fällt dir dazu ein?

S4: Meine Lehrerin. (verzieht das Gesicht)

F: Deine Lehrerin? Wie ist sie?

S4: Sie erklärt immer so kompliziert, so, dass ich nichts verstehe. Ich höre zwar zu, aber ich verstehe nicht, was sie meint. Und dann kommt es wie immer: Ich hänge ab und bin frustriert.

F: Wie sollte es denn sein?

S4: Lustig! Sie zieht die Schultern hoch.

F: Lustig?

S4: (Mit Energie in der Stimme) Ja, in meiner Sprache halt, so, dass ich weiß, wovon sie spricht. Sie braucht ständig Wörter, die ich nicht verstehe, das schon beim ersten Erklären!

F: Welche Wörter brauchst du denn?

S4: Ja, zum Bespiel könnte sie es zuerst auf Deutsch sagen, bevor sie nur Fremdwörter braucht, wie Variable und so. Einfach nicht von Anfang an so schwierig. Da komme ich nicht mehr mit.

F: Was hilft dann?

S4: Mein Banknachbar merkt, dass ich frustriert bin und sagt zu mir: „Myriam, brauchst nicht verzweifeln, ich erkläre es dir danach!“ (Von ihm hatte sie schon am Vortag erzählt).

F: Und dann?

S4: Und dann? Hilft er mir, bis ich es verstehe.

F: Wie geht das?

S4: Weißt du, er erklärt mir in Mathe, ich ihm in Deutsch. (Sie schmunzelt und schlägt die Arme übereinander).

F: Wow!

S4: Wir arbeiten viel zusammen. Nur manchmal wollen wir an den Tischen auf dem Balkon arbeiten, oder im Flur, und dann fragen wir, und die Lehrerin sagt nein. Nur weil es andere gibt, die das nicht können, nicht im Schulzimmer arbeiten. Dabei ist es im Schulzimmer so eng und so stickig (sie seufzt). Wir können das, sehr gut sogar. Aber es gibt halt andere, die, kaum ist die Lehrerin nicht da, fangen sie über irgendetwas an zu schwatzen und dann tun sie nichts mehr. Bei uns könnte sie ja sehen, ob wir weiter gekommen sind oder nicht! Ich hasse es, wenn sie so pauschalisiert!

F: Was bräuchtest du?

Mehr Platz! Und mehr Luft! Im Schulzimmer ist es immer so heiß. Ich kann da nicht denken. Und manchmal dürfen wir aus dem Schulzimmer, aber dann sind schon die anderen von der Sek B da und versperren den Platz. Sie tun nichts und sind so laut. Dann ist es ganz schlecht.

F: Was machst du dann?

S4: Dann arbeiten mein Banknachbar und ich halt doch im Schulzimmer. Zum Glück habe ich den!

F: Dein Banknachbar. Kannst du wählen, wo du sitzt?

S4: Manchmal: Einmal dürfen wir wählen, und dann bestimmt wieder die Lehrerin. Aber letztes Mal saß ich zufällig neben ihm. Und jetzt sind wir geblieben.

F: Sehr schön!

Pause

F: Was geht dir durch den Kopf?

S4: Meine Lehrerin. Ich müsste einfach eine andere Person haben.

F: Andere Person?

S4: Ja. Sie müsst einfach anders sein.

F: Wie anders?

S4: Besser erklären. Dann mache ich es nämlich gerne. Mein früherer Lehrer hat gesagt: M., du kannst auch in eine weiterführende Schule, wenn du in Mathe ungenügend bist.

F: Welche weiterführende Schule?

S4: Die FMS, damit ich Lehrerin werden kann.

F: Was brauchst du für die FMS?

S4: Eine 4.5 im Durschnitt.

F: Eine 4.5?

S4: Ja, jetzt habe ich eine 4.3. Aber eine 3.5 in Mathe. (Sie verzieht ihr Gesicht). Denkt nach. Mein Banknachbar ist besser als ich, aber der bekommt nun Nachhilfe!

F: Nachhilfe?

S4: Ja, Nachhilfe, das wäre cool!

F: Nachhilfe in Mathe?

S4: Ja, das würde mich motivieren.

F: Wie motivieren?

S4: Dass ich weiß, was ich tun muss. Manchmal sagt die Lehrerin, wir sollen Fragen stellen. Aber dann kümmert sie sich nur um die ganz Schwachen. Und ich bin in der Mitte. Oder letztes Mal, dann meinte sie, wir können am Dienstag noch Fragen stellen zum Test. Der Test

war am Freitag. Wir haben uns Fragen notiert. Es war für alle etwas schwierig. Aber dann ist plötzlich der Dienstag ausgefallen. Und wir wollten die Prüfung nicht schreiben und haben ihr gesagt, wir hätten Fragen. Sie meinte nur: Ihr schafft das schon. Und dann hatte ich eine 3. (Trauriger Gesichtsausdruck).

F: Was könnte helfen?

S4: Ich will es vorher verstehen.

F: OK, wie könnte das aussehen?

S4: Die Nachhilfe, meinst du?

F: Zum Beispiel.

S4: Nun, es dürfte nicht in der Schule sein. Dort gibt es zwar eine Stunde Aufgabenhilfe pro Woche. Aber da ist nur eine Lehrerin für ganz viele Schüler. Da kommst du nie zum Fragen. Und auch nicht bei mir zu Hause. Da lenkt mich zu vieles ab. A. lenkt mich ab (ihre Zwillingsschwester). Wenn sie zum Beispiel etwas anderes macht, dann will ich das eben auch. Und es darf nicht ganz still sein. Wenn es zu still ist, kann ich mich nicht konzentrieren. Ja, so ein Ort müsste es sein.

F: Wie könnte so ein Ort denn aussehen?

S4: Wenn es hier wäre (sie zeigt auf meine Wohnung), dann könnte zum Beispiel der Roboter Staubsauger laufen, oder der Geschirrspülautomat im Hintergrund. (Sie überlegt). Oder das Fenster ist offen, so dass man den Zug und die Vögel hört. Hm, Musik kann es nicht sein. Musik lenkt mich ab.

F: Welche Orte könnten es noch sein?

S4: Ein Restaurant.

F: Ein Restaurant? Ja, ein Restaurant. Da gibt es Leute, man hört ein leises Reden, versteht aber nichts. Die Leute gehen mich nichts an. Das wäre eine schöne Atmosphäre zum Lernen.

F: Was macht die Atmosphäre aus?

S4: Könnte ich dann eine Ovi haben? (gemeint ist Ovomaltine, ein Milch-Schokoladegetränk)

F: Eine Ovi?

S4: Ja, ich liebe Ovi. Dann kann ich immer ein Bisschen dran nippen und es wärmt meinen Bauch so schön (fährt sich mit der Hand über den Bauch).

F: Wie fühlt sich der Bauch an?

S4: Ich weiß auch nicht. Die Ovi regt mich zum Denken an.

F: Und was noch?

S4: Nichts, so wäre es sehr gut. (Sie nickt mehrmals mit dem Kopf).

Die beiden einigen sich auf zwei Arten von Nachhilfe: 1. Variante: Dienstags nach der Schule; die Forscherin fährt S4 entgegen; Treffpunkt ist ein Restaurant in Lenzburg; S4 kehrt anschließend mit Zug und Bus nach Hause zurück, weil sie mittwochs ganz früh zur Schule muss. 2. Variante: Mittwochs gegen Abend bei der Forscherin zu Hause; S4 will vorher noch im Jugendtreff aushelfen können. Dann würde sie bei der Tante übernachtet und am Donnerstagmorgen von dort aus zur Schule fahren.

2.4 Ergebnisse

Fazit zum Schüler 1 (S1):

Für den langen Atem des Jungen helfen bestimmt sein Interesse, seine Begabung, aber auch die individuelle und einfühlsame Begleitung seitens der Forscherin. Zudem ist trotz Ernsthaftigkeit immer wieder Humor dabei (Lacht: Kommt darauf an welche Höhe... und welche Breite). Es zeigt sich, dass für S1 Lagebezeichnungen und Fachbegriffe für die logische Weiterverfolgung der eigenen Gedankengänge wichtig sind. Es braucht zudem die Wiederaufnahme neuer Erkenntnisse und deren Sicherung zwischendurch (Anzahl Kanten pro Würfel). Damit dies möglich ist, fragt die Forscherin konsequent nach, adaptiert laufend Frage- und Hilfestellungen nach mathematikdidaktischen Gesichtspunkten (Wie viele Würfelchen hat der insgesamt? Wo liegen die? Warum?), setzt aber ebenso idiolektische Methoden ein (Was siehst du? Was brauchst du zum auszählen?). Immer wieder greift sie die Ressourcen des Jungen auf, würdigt seine Erkenntnisse und begleitet ihn in der Umgestaltung noch nicht stimmiger Konzepte. Dies alles trägt viel zur Stärkung seines Selbstvertrauens und zur Motivation bei. Das Anknüpfen an sein Vorwissen (Wie sieht dein Boden aus? Beschreibe mir den mal!) bildet zudem die Brücke zu neuem Verständnisaufbau. Die Fragestellungen sind offen und vertiefend zugleich, oder abwechselnd, mal das eine, dann wieder das andere. Sie regen den Schüler dazu an, seine Konzepte zu formulieren bzw. zu konkretisieren und sie helfen ihm, daran weiterzudenken. Es wird Logik aktiviert einerseits (Was zeigt das dir?) und paralogisch nach bereits vorhandenem, implizitem Wissen gesucht andererseits (1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 – mal 3 – das hatte ich schon!). Das laut Denken müssen bringt den Schüler dazu, seine Vorstellungen zu formulieren und damit zu explizieren. Indem er sich selber hört einerseits und durch neue Fragestellungen andererseits, beginnt er zu reflektieren, zu begründen (Da sind 9 unten, 9 oben und nochmals 9, 3 mal 9, 27 insgesamt) und zu argumentieren, gegebenenfalls seine Konzepte zu revidieren und sicher zu erweitern. Entscheidend dabei sind Darstellungsvernetzung und der dazugehörige lexikalische Lernpfad, aber auch die Möglichkeit, Weg und Tem-

po selber zu bestimmen. Die Forscherin macht dafür zweierlei Dinge: Zum einen fordert sie den Schüler dazu auf, selber Begriffe und Beschreibungen zu gebrauchen und zu erfinden (in der Reihe, in der Mitte, außer ganz in der Mitte), um damit Kreativität und Sinnstiftung (Randmitte), aber auch die Relevanz für genaue Bezeichnungen zu fördern. Zum anderen bietet sie ihm Fachbegriffe an (Kante). Dies erst dann, wenn Grundvorstellungen vorhanden und dafür reif sind, mit der Fachsprache zu einem Ganzen ergänzt zu werden. Aber auch dann noch baut sie auf Repetition, Vergewisserung (Doch, da drin ist ja wieder ein 2-er Würfel) und allfällige Korrekturen (Mit eineinhalb Seitenmitten, aber das geht ja nicht) der neuen Konzepte. Beim Entdecken des eigenen Schreibfehlers bei der Summe 120 macht sich der Schüler explizit Gedanken über eine mögliche Kontrolltaktik, aber auch über deren Schwierigkeit und Verlässlichkeit (positiver Umgang mit Fehlern). Hilfreich dabei ist die Anleitung seitens der Forscherin zu einer umsetzbaren Überprüfung der (seiner eigenen) Denk- und Sicherungsschritte (Würfelsummern von beiden Seiten der Tabelle berechnen). Damit nimmt sie sein Anliegen ernst, er nimmt die vorgeschlagene Strategie gerne an. Zum Schluss interessiert sich S1 auffallend für die Studie und das Vorgehen der Forscherin. Das führt so weit, dass ihm erklärt werden kann, inwiefern mit solchen Verfahren versucht wird zu verstehen, wie genau Kinder lernen und wie man demnach Unterricht und Lernbegleitung gestalten sollte. Auch darin nimmt die Forscherin den Jungen ernst. Er kann über das mathematische Handeln hinaus seine Rolle im System Bildungsforschung wahrnehmen Auch diese Perspektive wirkt sich auf sein Selbstbild aus.

Beim idiolektischen Gespräch ist der Junge zum Schluss sichtlich müde. Der Zeitbogen wird deutlich überspannt, trotz Pause. Zudem passiert die Fragestellung an mehreren Orten nicht nach idiolektischer Methode: Z.B. ist die Erkundung „Bleiben noch andere Zahlen gleich?“ vor diesem Hintergrund zu zielgerichtet und subversiv, sie hat eine klare Intention. Die Frage dient zwar der Thematik, in einem idiolektischen Gespräch hätte man an dieser Stelle aber bei der Aussage des Schülers bleiben sollen (z.B. Wie muss ich mir das vorstellen? Oder: Wie geht das?) Leider übergeht die Forscherin auch dessen genialen Einwurf: „Würfel!“, als sie die verschiedenen Figuren aufzählen. Auch als der Junge die runden Würfel von zu Hause anspricht, geht die Forscherin nicht darauf ein. Dafür nimmt sie es mit Humor, als er ihr indirekt vorwirft, zu wenig Klötzchen mitgebracht zu haben. Zumindest gelingt ein offener Einstieg zur bearbeiteten Lernumgebung und der Schüler beginnt zu assoziieren. Er benennt sogar die drei Kanten zu einer Ecke hin, etwas, was er sich neu erarbeitet hat. Dann nimmt er den Fachbegriff beim Konzept Würfel nochmals auf. Als die Forscherin ihn und seine Familie

zum Mittagessen begleitet, braucht der Schüler das Wort Kante in einem völlig anderen Zusammenhang und ganz selbstverständlich. Offenbar ist die Begriffsbildung (inkl. dazugehörigem Konzept) gelungen, darüber hinaus eine Transferleistung in einen anderen Kontext. Ob nun das idiolektische Gespräch bei ihm dazu geführt hat, sich seines neuen Wissens bewusst zu werden oder nicht, ist schwierig zu sagen, kann sein. Jedenfalls greift der Schüler beim Schlüsselwort ‚immer gleich' darauf zurück, und es ist zu hoffen, dass das Konzept Würfel nun bereits zu neuem impliziten Wissen geworden ist.

Fazit zur Schülerin 2 (S2):

Die Forscherin steigt bewusst mit den Abtasten und Beschreiben eines Würfels ein, bevor dieser zum Bau weiterer Gebilde verwendet werden soll. Weil die Fragen sehr offen gestellt sind, hat die Schülerin die Wahl, welche Vorstellungen sie preisgeben will. Damit wird an ihr Vorwissen (Ressourcen) angeknüpft einerseits und sie wird als Individuum wahr- und erstgenommen andererseits. Das laute Denken funktioniert altersbedingt bei S1 schon viel besser als bei der jüngeren Schwester. Sprache und mathematische Grundvorstellungen sind beim älteren Schüler deutlich weiter entwickelt als bei der 7-Jährigen. Er beschreibt den Würfel (auch) aus mathematischer Perspektive, sie sieht ihn noch viel gegenständlicher. Wenn es dann doch um mathematische Konzepte geht, umgreift sie diesen und zählt gegenständlich am Würfel selbst. Zudem verlaufen die Sequenzen beim jüngeren Kind viel kürzer: Die Themen sind schneller erschöpft, es gibt noch weniger zu reflektieren, die Konzentration auf eine Sache ist noch nicht so ausgeprägt. Zeichnerische und spielerische Elemente stehen im Vordergrund und die Schülerin entscheidet selber, wann sie genug hat. Hingegen ist das Bedenken, etwas falsch zu machen bereits da, wie es scheint (Frage auf dem Weg nach oben: „Ist es einfach?"). Die 7-Jähirge denkt ihrem Alter entsprechend zwar sehr gegenständlich, sie will aber genauso ernst genommen werden. Als die Forscherin sie nämlich falsch interpretiert, reagiert sie sehr empfindlich. Auch S2 zeigt sich interessiert und kooperativ beim Aufbau von geometrischen Begriffen. Tatsächlich assoziiert sie zum Begriff Holz (an der Würfelfläche) ein Viereck. Das teils vorhandene Konzept zum Viereck wird mittels Nachfragen über das Dreieck zu jenem vom Fünf- und Sechseck ausgebaut. Der Begriff Strich dient hier sowohl als (Würfel-)Kante als auch für die (Vierecks-)Seite. Das noch nicht fertig ausdifferenzierte Wort aus der Alltagssprache ist aber wichtige Grundlage für den späteren Aufbau der Fachsprache. Ebenso kennt sie bereits die Adjektive lang, hoch und breit aus der Alltagssprache. Diese Begriffe (als lexikalischen Lernpfad) mit dem Bau unterschiedlich großer Würfel (als inhaltlich-konzeptuellen Lernpfad) zu verknüpfen macht daher Sinn. Tatsächlich braucht es mehrere Anläufe und Re-

präsentationswechsel, bis der Vorstellungs-Durchbruch zum 4x4x4 und 5x5x5 Würfel gelingt und auch versprachlicht werden kann. Mit einer kleinen Provokation – man kennt auch in der Idiolektik solche Formen – lässt sie sich dazu anregen, die Gesetzmäßigkeit weiterzudenken.

Sowohl beim Zeichnen als auch beim idiolektischen Gespräch stehen Dinge mit Lebensweltbezug im Vordergrund. Was sie zum Essen mag oder nicht, ist ihr wichtig (Erdbeeren, Gummibärchen, Popcorn. Der Mann im Bild gibt sogar 5 Kugeln Eis statt der 3 bestellten). Ebenso treten ihre Lieblingsbeschäftigungen hervor, hier in den Farben blau und rot (Schwimmen, Trampolin springen, an der Sonne sein). Aber auch der Papa ist sehr präsent. Dann ist da noch der Polizist, der irgendwie dem Übermaß an Lust auf Eis eine Grenze verleiht, so erzählt sie es zumindest. So ist ihre ganz persönliche innere Wirklichkeit. Dabei ist das Zeichnen als Ausdrucksweise mindestens so stark wie das Reden. Immer wieder kommen Zahlen dazu, explizit auch die Themen aus der Lernumgebung: Der Würfel, die number bonds. Letztere ergänzt sie auf dem Blatt mit solchen, die sie zuvor noch nicht gelegt hatte. Man kann also davon ausgehen, dass die Thematik in ihrem Kopf weiter läuft. Dazu kommt die Zahl 100, zu der sie erst das Konzept „viel“ hat, so viel, dass man es in Popcorn nicht zu essen schafft. Damit ist die Zahlvorstellung zwar noch nicht konkret, aber als große Menge angebahnt. Überhaupt verläuft der Umgang mit Mathematik sowohl zufällig als auch inszeniert, was für ihr Alter absolut typisch ist. Die Grenze vom einen zum anderen ist da fließend.

Fazit zur Schülerin 3 (S3):

Der Einstieg gestaltet sich als harzig, weil die Schülerin sowohl Grundvorstellungen von Operationen (Addition und Multiplikation) als auch verschiedene Dimensionen miteinander vermischt. Die anfängliche Unsicherheit, sie ist auch deutlich in ihrer Stimme zu hören, wird von der Forscherin damit überwunden, dass sie immer wieder nach vorhandenen Ressourcen sucht und mittels sich darauf beziehenden Fragestellungen die Jugendliche auf positive Erfahrungen lenkt. Das Zeichnen scheint eine solche Stärke zu sein. Die Schülerin geht dabei sehr systematisch und präzise vor und beginnt, ihrem Selbstkonzept entsprechend, beim allerersten. Die Hilfestellung für das perspektivische Zeichnen ist jedoch ergiebig und bereitet der Schülerin Freude. Es zeigt sich auch bei S3, dass die Versprachlichung von Gedankengängen viel zur Präzisierung eigener Vorstellungen beiträgt. Zum einen helfen Lagebeschreibungen, um eigene Sichtweisen (im Sinne des Wortes) zu konkretisieren, zum anderen können mit dem passenden Vokabular schnell getroffene Entscheidungen hinterfragt und revidiert werden. Das laute Denken scheint dabei hilfreich zu sein, es ist aber auch beim Finden und Erfinden von

passenden Begriffen für Erklärungen und Begründungen dienlich. Anders ausgedrückt: Als die Forscherin die Schülerin auffordert, ihre Gedankengänge zu beschreiben, bekommt die Fachsprache plötzlich eine Relevanz und die Suche nach geeigneten Begriffen passiert kontextbezogen und (frei)willig. Die Bearbeitung der Auszählungen am 3x3x3 Würfel gestaltet sich zwar anfänglich als schwierig und es braucht einiges an Unterstützung seitens der Forscherin, die sich aber später bezahlt macht. Im nächsten Durchgang zeichnet die Schülerin schon alleine einen 4x4x4 Würfel in 3D. Eine gewisse Unsicherheit schleicht sich ein, als die Forscherin (zu oft) nachfragt, obwohl die Strategie der Schülerin eigentlich klar war. Auch dieses Verhalten (anstelle einer Argumentation für ihre Berechnung) lässt auf ein unsicheres Selbstkonzept, zumindest in Mathe, schließen. Die Forscherin bringt sie aber dazu, weiterfahren zu wollen und bietet ihr dafür verschiedene Repräsentationen an: Zur Zeichnung wird der Bau des 4x4x4 Würfels ergänzt, damit dessen Innenleben genauer untersucht werden kann. Tatsächlich erschließen sich nun neue Würfel-Welten, und die Schülerin beginnt, mit logischer Argumentation die Anzahlen zu bestimmen. Dazu kommt eine Systematik, die sie bis anhin nicht gezeigt hatte. Schließlich, beim 10x10x10 Würfel hilft die Erkenntnis, dass bei den zweifach roten Würfelchen immer zwölf dazukommen nicht weiter, sobald nicht mehr rekursiv vorgegangen werden kann. Es braucht deshalb eine Ausschärfung der Lagebeschreibung, die aber Konzepte und Sprache erweitern und tatsächlich zum Ziel führen.

Das idiolektische Gespräch mit S3 kann aus mehreren Gründen nicht am selben Tag stattfinden. Prompt kommt die Schülerin trotz gleicher Eingangsfrage wie schon bei den anderen Probanden/Probandinnen nicht auf die Lernumgebung zu sprechen, sondern assoziiert zum Thema Mathe lieber über die Schule allgemein. Das ist an sich ja vollkommen in Ordnung, sogar „methodengewollt“. Dank dem idiolektischen, konsequenten Aufnehmen der Schlüsselwörter kommen eigene Weisheiten zutage, die man so kaum erwartet hätte.

F: Was ist das Schöne am selbständigen Arbeiten?

S3: Ich kann in meinem Tempo, so wie ich will und auf meine Art.

F: Was ist deine Art?

S3: Z.B. mit einem Block neben mir, wo ich alles aufschreiben kann. Auf meine Art, nicht so wie der Lehrer zeigt, dass man es machen soll.

F: Was ist das Schöne an der eigenen Art?

S3: Dass man danach stolz sein kann darauf.

F: Gibt es in der Mathe Dinge, die du gern machst?

S3: Ja, wenn es nicht nur mit Lösungen zu tun hat, sondern mit weiter denken.

F: Was ist weiterdenken?

S3: Selber etwas herausfinden mit zeichnen, darstellen, aufschreiben.

F: Was gibt es denn zu zeichnen, darzustellen und aufzuschreiben?

S3: Den Rechnungsweg, Antworten aufschreiben, zeichnen zur besseren Vorstellung.

F: Was ist der Vorteil davon?

S3: Man weiß besser, wie es funktioniert, weil ich es mir selber beigebracht habe.

Fazit zur Schülerin 4 (S4):

Schülerin 4 hat - verglichen mit den gleichaltrigen Probandinnen/Probanden - den schwierigsten Start. Trotzdem macht sie motiviert mit, redet klar und laut, zudem reflektiert sie ihr Handeln hervorragend. Das Zeichnen hilft ihr weiterzukommen und sie sagt dies auch. Bei der Erkenntnis der 6 Würfelseiten braucht es eine Wissenssicherung, die Schülerin so nicht zu kennen scheint und einfach mal ausführt. Die Forscherin hakt deshalb nochmals nach. Die Bearbeitung der Lernumgebung verlangt eine enge Begleitung. S4 ist aktiv beteiligt. Sie lernt vorweg beim Formulieren und sich Zuhören. Zudem regt die Forscherin an, die gemachten Erkenntnisse stets aufzuschreiben. Dieses Vorgehen scheint der Schülerin Sicherheit zu verleihen, vielleicht weil das Notieren die kleinen Erfolgserlebnisse offenbart. Als das Konzept Kante genauer definiert ist, fällt das Auszählen plötzlich einfacher. Zumindest ist die Schülerin wieder ganz bei der Sache. Als sie die „Mitte der Mitte“ entdeckt, diese mit „nur Holz“ beschreibt und sich erst noch das Total von 27 Klötzchen bestätigt, lobt sie die Forscherin und meint, nun seien sie an dem Punkt, wo die ganze Geschichte weit aufgeschlüsselt sei. Die Schülerin bejaht und scheint sichtlich erfreut. Die Forscherin hilft beim Resümieren aller Erkenntnisse bis dahin, worauf die Schülerin diese selbständig ergänzt. Diese Erfahrung ist die Basis für ihr motiviertes Weiterarbeiten. Sie erkennt nun, dass sie ganz viel an Wissen mit nimmt, nämlich die Anzahl Ecken, Kanten und Seiten, aber auch die Gewissheit, dass es noch eine innere Mitte geben muss. Zudem will sie den 4x4x4 Würfel zeichnen und kann dies nun perspektivisch hervorragend bewerkstelligen. Sie wird in ihrer Absicht bestärkt, dass sie das Zeichnen in ihren mathematischen Aussagen stützen wird. An dieser Stelle überlässt die Forscherin S4 ein wenig ihrem Schicksal, mit Tabelle und guter Zeichnung ausgerüstet. Die Schülerin argumentiert immer sicherer. Als die Kantenwürfelchen bestimmt sind, schafft sie den Transfer auf die Seitenmitten selbständig. Und schließlich staunt sie über sich selbst, als sie merkt, dass innen drin der erste Würfel versteckt ist. Sie benennt ihn sogar so. Diese Summe von 64 bestärkt sie, den nächsten Würfel herausfinden zu wollen. Sie bringt ihre ei-

gene Strategie mit ein. Plötzlich ist unfassbar viel Energie in der Sache. S4 redet bestimmter, lauter und hat sich sogar auf dem Stuhl aufgerichtet. Um sich abzusichern, geht sie nochmals die vorangehenden Würfel durch und macht auch in der Retrospektive noch neue Entdeckungen. Kurz darauf folgt die nächste Erkenntnis, jene zur Kubik-Schreibweise. Daran wird sogleich das Fachwort geknüpft, das S4 zwar schon gebraucht, nicht aber bewusst mit dem Konzept verbunden hatte. Damit macht (ihr eigener) Ausdruck „das Volumen berechnen" plötzlich Sinn und sie kann bestimmen, dass z.B. der erste Faktor die Länge, der zweite die Breite und der dritte die Höhe (des Körpers) ausmacht. Sogar die Tatsache, dass der Würfel mit gleichen Seitenlängen ein spezielles Gebilde ist, lässt sich erkennen. Und Schließlich führt die ausdrückliche Formulierung und Aufzählung der jeweils drei gleichen Faktoren pro Würfel dazu, dass sie den 10x10x10 Würfel (mit kurzem Zögern) benennt. Die nächste Erkenntnis ist die 12er Reihe bei den Kantenwürfelchen. Und als ein Rechenfehler passiert, kann dieser mit viel Humor und gleichzeitiger Würdigung aufgefangen werden. Die Forscherin erklärt dazu die Wichtigkeit des Automatisierens. S4 rechnet nun auch mit großen Zahlen gerne und selbständig, behilft sich mit halbschriftlichen Notizen. Sie beweist ihre neue Sicherheit und Motivation damit, indem sie willig weiterrechnet, als es um die Berechnung des 10x10x10 Würfels geht. Obwohl die Schülerin sichtlich müde wird (ebenso die Forscherin), die Zahlen immer grösser werden und sich Rechenfehler einschleichen, macht sie wacker weiter. Das Unglaubliche geschieht dann, als die Forscherin die Übung abbrechen will, die Schülerin für ihre starken Leistungen lobt und diese noch fragt: „Und was heißt *n*?" Diese Frage ist nicht nur Neugier, sondern der echte Wunsch, mehr darüber zu wissen, und zwar sofort. Die Variablen-Vorstellung wird dann aktiviert, als die Schülerin den Transfer zum x als Unbekannte macht. Die Forscherin nimmt dies auf und spricht sodann vom n als auch von x. Diese Einsicht scheint S4 zu beflügeln, denn nun macht sie sich an die formale Auflösung der Tabellenspalten, und das nach eineinhalbstündiger Arbeit und Konzentration! Ihr Einsatz, aber auch ihr Erkenntnisweg, sind unglaublich. Und natürlich freuen sich beide riesig, Schülerin und Forscherin, Nichte und Tante. Der Abschluss ist mehr als gelungen, aber auch hier macht die Forscherin noch eine Verknüpfung sowohl zum lexikalischen Lernpfad als auch zur formalen Schreibweise und dem Konzept Volumen. Die Schülerin geht darauf noch ein. In der kurzen Schlussreflexion nennt sie selbst die Sonne als ersten Gelingens-Faktor, dann folgen Erklärung und Visualisierung. Die Forscherin ergänzt Ausdauer und Durchhaltewillen.

Das idiolektische Gespräch mit der Schülerin 4 findet drei Tage später statt. Auch sie steigt nicht bei der Lernumgebung, sondern mit ihrer Mathe-Lehrerin ein. Das Gespräch ist in seiner

vollen Länge transkribiert, weil es zu einer Intervention führt, die S4 selber ausformuliert, und in allen Details beschreibt, was sie selbst als Gelingens-Bedingen braucht. Solche Dinge passieren, wenn ganz auf die Eigensprache der Teilnehmenden eingegangen wird, was hier sehr gut gelingt. Einige für die Idiolektik typische und im Interview zur Anwendung gelangende Fragestellungen seien an dieser Stelle aufgenommen: Wie sollte es denn sein? Was hilft dann? Und dann? Wie geht das? Was bräuchtest du? Was geht dir durch den Kopf? (Besser: Wo bist du gerade?) Was könnte helfen? Wie könnte das aussehen? Nachhilfe? (Schlüsselwort) Ein Restaurant? (Schlüsselwort)?

Dazu ist zu sagen, dass zwischen der Forscherin (Tante) und der Mutter der Schülerin das Thema Nachhilfeunterricht schon mehrmals thematisiert worden ist, doch gänzlich ohne Erfolg. Die Forscherin hat sogar einige Versuche unternommen, um Urlaub etwas „Mathe-Zeit" mit der Nichte zubringen, einfach um ihr zu helfen. Damit ist sie aber kläglich gescheitert. Der Schülerin fehlte jegliche Motivation. Nun, als das Thema im idiolektischen Gespräch wieder aufkommt, diesmal ganz von der Schülerin ausgehend, und sogar das Wohnzimmer der Forscherin als möglicher Ort zur Sprache kommt, hält sich diese gänzlich zurück und fragt weiter, ohne sich selbst ins Gespräch zu bringen. Dieses Vorgehen ermöglicht es der Schülerin, sich noch weitere Gedanken zu machen und diese ohne Konsequenzen äußern zu können. Nach dem Gespräch bleibt sie bei ihrer selbst gefundenen „inneren Weisheit" und meint: „Und, können wir jetzt mit Nachhilfe beginnen?"

Seitdem finden wöchentliche (bereits fünf an der Zahl) und erstaunlich lange Sitzungen statt, genau so, wie die Schülerin sich dies vorgestellt hat: Meistens in einem gut dafür geeigneten Restaurant, teils auch bei der Tante zu Hause. Nicht nur macht die Schülerin unglaubliche Fortschritte und schreibt zum ersten Mal in ihrer Schulkarriere genügende Mathenoten, sondern auch entstehen gute Gespräche, die von der Jugendlichen ausgehen. Als Fazit kann man sagen, dass die Idiolektik das Tor zur Bereitschaft war und offenbar eine Blockade gelöst hat. Zu beobachten ist die stetig zunehmende mathematische Kompetenz der Schülerin gekoppelt mit Selbstwirksamkeit. Natürlich kommen bei den Sitzungen wieder gute fachdidaktische Kenntnisse seitens der Tante zum Zuge und eine an die individuellen Gegebenheiten angepasste adaptive Lernbegleitung, dazu eine positive Lernatmosphäre, pädagogisches Know-how, Lob und Anerkennung (und nicht zuletzt die gute Ovomaltine im Restaurant). Das Fazit der Schülerin: „Mit dir macht Mathe so viel Spaß". Und: „Mit dir kann ich so gut reden".

3 Interpretation, Schlussfolgerungen, weiterführende Fragen

3.1 Erkenntnisse aus den Lehr-Lern-Setttings

In allen vier Lernsettings kann dargelegt werden, dass Schülerinnen und Schüler grundsätzlich Interesse zeigen für ganzheitliche und komplexe mathematische Lernumgebungen. Eine gute adaptive mathematikdidaktische Begleitung kann dazu führen, dass Kinder lernen, sich an herausfordernde Fragestellungen zu wagen, sich selber Fragen zu stellen, ausgiebig dran zu bleiben, kreativ zu denken, ihre Denkweisen zu reflektieren und gegebenenfalls zu korrigieren. Letzteres braucht den (hier: mathematischen) Dialog, sei es im Austausch mit anderen (Lehrpersonen, Lernende, Bezugspersonen, etc.), sei es im Gespräch mit sich selbst (beim lauten Denken, Argumentieren, Reflektieren, etc.). Das Ausformulieren ihrer Ideen und Gedankengänge stärkt die Lernenden auf ihren eigenen Wegen zu handeln, zu denken und zu argumentieren. Es kann insbesondere gezeigt werden, dass es für mathematisches Verständnis und den soliden Aufbau von mathematischen Grundvorstellungen und Konzepten einen sorgfältigen und bewussten Umgang mit Sprache sowohl als Medium als auch als Lerngegenstand bedarf. Dabei erweisen sich die Methoden der Darstellungsvernetzung bzw. die stetige Verknüpfung von sachinhaltlichen mit lexikalischen Lernpfaden in allen vier Lehr-Lern-Settings als sehr hilfreich und ergiebig. Ein solches Vorgehen gibt den Schülerinnen und Schülern Rüstzeug und Sprache für ihre Erkundungen einerseits und für den an Vorwissen geknüpften Weiterausbau ihres mathematischen Wissens andererseits. Schließlich können mit der Studie bestehende mathematikdidaktische Prinzipien bestätigt werden, u.a. die Tatsache, dass nachhaltiges Lernen individuell und verstehensorientiert verläuft. Angesichts der Individualität einzelner und der Heterogenität innerhalb von Lernenden-Gruppen und -Klassen braucht es demnach substanziell reichhaltige Lernumgebungen und eine entsprechend gute adaptive Lehr-Lern-Begleitung, sollen Schülerinnen und Schüler den Mathematikunterricht nicht bloß besucht haben, sondern fundamentale Ideen der Mathematik auf ihren Lebensweg mitnehmen können. Es bedeutet aber auch, dass für Lehr-Lern-Settings im Mathematikunterricht das regelmäßige Einfordern von Sprache und das bewusste Planen von kontextbezogenen Sprachanlässen unerlässlich sind. Damit wird an gute Lehrmittel appelliert einerseits und an eine solide Lehrer/Lehrerinnen-Aus- und Fortbildung andererseits, in der sowohl pädagogische, fachwissenschaftliche als auch fachdidaktische Kompetenzen unabdingbar sind.

3.2 Erkenntnisse aus den idiolektischen Gesprächen

Alle vier Probanden/Probandinnen sagen einem idiolektischen Gespräch zu, wobei sich die Inszenierung der jüngsten Schülerin mit dem Lernsetting vermischt, was altersbedingt zu erwarten ist. Abhängig vom zeitlichen Abstand zum Lehr-Lern-Setting, aber auch durch die offene Eingangsfrage, sind die Schüler/Schülerinnen frei zu berichten, was sie gerade bewegt. Obwohl die Forscherin in der Anwendung der Gesprächsmethode noch nicht sattelfest ist, zeigen sich die typischen Merkmale der Idiolektik deutlich. Es sind dies vorab die wertschätzende Grundhaltung der Forscherin und das Eingehen auf die Individualität jedes/r einzelnen. Damit sind sowohl das Aufgreifen vorliegender Schlüsselwörter als auch der wertfreie Umgang mit dem sich selbstorganisierenden Prinzip (als der inneren Weisheit) der Probanden/ Probandinnen gemeint. Wie die Studie klar vorlegt, kommen mit diesem Vorgehen implizites Wissen und Ressourcen des/der Sprechenden zum Vorschein, was zu dessen/deren persönlichen Stärkung beiträgt. Bei S1 und S2 sind es Bezüge zu neuen mathematischen Konzepten, die sich offenbar gerade „auf dem Weg“ zum Langzeitspeicher implizites Wissen befinden. Bei S3 führt dies zu einer persönlichen Reflexion über potenzielle Stärken am Arbeitsplatz. Und S4 überwindet, Dank Idiolektik, die in Form eines paralogischen Interviews ihren Lauf nimmt und dadurch den konfliktbelasteten Kriegsschauplatz „Nachhilfeunterricht“ außen vor lässt, ihre ureigene Blockade des (mathematischen Lernens). Spannend dabei ist, dass ihre persönliche Lösung des Problems fast identisch ist mit bereits (von außen) vorgeschlagenen und doch gänzlich missglückten Ansätzen. Grund dafür sind idiolektische Prinzipien, die angewendet werden und der Probandin Raum und Zeit gegeben, die eigene innere Weisheit zu finden. Dazu gehören Grundsätze wie zuhören statt reden, nachfragen statt wissen und achten statt recht haben, die zur Anwendung kommen und in der Studie mittels Transkriptionen belegt werden. Schließlich sind die eignen Ressourcen der Schlüssel und der einzige Weg zur Veränderung. Zweifelsohne trägt die Resonanz zwischen den Sprechenden zum Gelingen des Gesprächs bei. Das bedeutet, dass durch die achtsame, wertschätzende und wertfreie Haltung der Forscherin einerseits und mittels ressourcenorientierter, offener und einfacher Fragetechnik andererseits eine „störungsfreie Zone“ entsteht, die durch fließende Kommunikation und spürbarer Kooperation getragen wird. Schließlich ist für idiolektische Gespräche typisch, dass sie unterschiedlich lange dauern, thematisch trotz gleicher Eingangsfrage ganz unterschiedlich verlaufen und sich meistens in einer Art „Bogen“ abspielen, so dass die Redenden auf eine natürliche Art und Weise spüren, wann es auf zu Ende ist. Dies alles ist in den vier Interviews der Fall.

3.3 Beantwortung der Fragestellung(en)

Wie aus den Erkenntnissen zu entnehmen ist, lassen sich Fragestellungen innerhalb einer guten adaptiven Lernbegleitung nicht immer trennscharf von jenen der Idiolektik unterscheiden. Natürlich ist das Setting ein ganz anderes. Trotzdem führen idiolektische Fragen, und seien es nur einzelne, auch kontextbezogene, zu inneren Konzepten und Ressourcen. Offene Fragestellungen, allenfalls durch konkretisierendes Nachfragen ergänzt, führen den Schüler/die Schülerin zu individuellem Denken und Vorgehen, geben Raum für differenzierte Ausdrucks- und Handlungsmöglichkeiten. Eine Lehrperson mit bewusster Achtsamkeit für das Eigene seitens des Schülers/der Schülerin sowie Interesse und Wertschätzung für dessen/deren Stärken im Sinne der Idiolektik kann zweifelsohne viel bewirken, gerade auch im Mathematikunterricht.

Gerade *weil* Grundzüge der Idiolektik wie die positive Grundhaltung, Individualität, Sprachsensibilität, Vernetzung von Sprache, Emotion und Bild, Unterscheidung in implizites und explizites Wissen, Erkenntnisprozesse und Ressourcenorientierung sich auch in der heutigen Mathematikdidaktik wiederfinden, lassen sie sich ihre Ansätze im mathematikdidaktischen Kontext nutzen. Mit ihrer bewussten Sprachorientierung bis hin zur Instrumentalisierung von Sprache ist sie der Mathematikdidaktik durchaus auch Vorbild. Wenn nämlich durch Darstellungsvernetzung und Konzeptaufbau mittels inhaltlicher und lexikalischer Lernpfade Wissen generiert wird, wenn dann durch Dialog und mathematische Reflexion dieses implizite Wissen zu explizitem Wissen wird, bekommt die Sprache - durch ihre Anwendung - eine ganz neue Dimension. Als Lehrperson kann man diese Prozesse nun ignorieren, oder aber man „holt sie heraus“, indem man den Lernenden ihr Wissen bewusst macht.

Die Rolle der Idiolektik ist dabei eine ganz einfache: Der Aufbau von mathematischen Begriffen ist Teil eines größeren Konzeptaufbaus. Idiolektik ermöglicht grundsätzlich den Zugriff auf jedes eigene Konzept. Warum nicht auch auf jenes des individuellen Mathematikverständnisses? Es braucht dazu die Absicht (des Individuums) und ein entsprechendes Instrumentarium. In Kombination mit guten fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Kenntnissen ergibt sich daraus für eine Lehrperson ein wunderbares pädagogisches Rüstzeug. Und gemessen an den Basisdimensionen von Unterrichtsqualität „Kognitive Aktivierung, Klassenführung, Konstruktive Unterstützung“ ist die Idiolektik kompatibel mit und weiterführend in allen drei Bereichen.

Schließlich bedeutet eine idiolektische Grundhaltung Erziehender vermehrte Achtsamkeit und Gelassenheit, weil sie Kindern und Jugendlichen begegnet, wie sie eigentlich sind, auf der Suche nach deren Stärken anstelle von Schwächen. Diese Dimension könnte gerade auch im Heilpädagogischen Bereich von Nutzen sein. Unterstützend dabei ist die Tatsache, dass es sich hier vermehrt um Einzelbetreuung handelt und sich damit eine „mathematikdidaktisch-idolektisch“ gefärbte Förderung anbietet (im Sinne von in Kombination mit Mathematikdidaktik).

Wie sich gezeigt hat, kann mit sporadischen idiolektischen Gesprächen noch viel mehr erreicht werden als „nur“ mit gutem Mathematikunterricht. Mitunter treten Bedürfnisse, Ressourcen und Vorstellungen von Kindern zutage, deren Kenntnisse einen gemeinsamen Umgang viel einfacher machen. Dazu genügt es zu spüren, wer ein solches Gespräch benötigt und wann es angebracht ist, am besten zeitnah in schwierigen Situationen, aber auch gerne mal zwischendurch als Zeichen des aktiven Zuhörens und der Wertschätzung. Dies kann auch eine diagnostische Situation sein oder eine individuelle Standortbestimmung zum Wohlergehen eines Schülers/einer Schülerin.

Schließlich eigenen sich idiolektische Gespräche hervorragend für die Bearbeitung von Konfliktsituationen. Und es versteht sich von selbst, dass sich die Idiolektik auch auf Gespräche mit Kolleginnen und Kollegen auswirkt. Dabei darf eine gute Portion Humor nicht fehlen. Auch dieser ist in der Idiolektik verankert, wenn es ihn auch schon vor der Methode gab.

Natürlich muss eine neue Methode eingeführt und gepflegt werden, wenn sie zum Tragen kommen soll. Dafür sind verschiedene Szenarien denkbar. Zum Beispiel könnte die Idiolektik als Form der Kommunikation in der Lehrerinnen- und Lehrerfortbildung Platz finden. Oder man führt sie im Rahmen der Qualifikationsmaßnahmen im Schulmanagements ein. Durchaus sinnvoll wäre auch ein Modul im Studiengang von angehenden Lehrpersonen. Am Arbeitsort der Forscherin, an der PHBern, gibt es bis anhin nur ganz wenig Bestrebungen in dieser Richtung. Sie gehen von der Gesellschaft für idiolektische Gesprächsführung selbst aus. Viel wirksamer wären an dieser Stelle konkrete Berührungspunkte seitens der Geschäftsleitung. Diese Arbeit könnte einen weiteren Stein ins Rollen bringen.

4 Zusammenfassung

Ausgangspunkt für diese Arbeit ist ein eindrücklicher Erstkontakt mit und darauf folgende Seminare in einer stark ressourcenorientierten und auf innere Konzepte bezogene Gesprächsmethode: Die Idiolektik. Sie verspricht eine positive Auseinandersetzung mit dem Selbstkonzept, auch in vermeintlich schwierigen (Lern-)Situationen. Als sprachsensible und sprachorientierte Mathematikdidaktikerin, die den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern zudem in deren Selbstwirksamkeit sieht, liegt es nahe, den gemeinsamen, den allenfalls unterschiedlichen und den sich ergänzenden Aspekten beider Überzeugungen auf den Grund zu gehen. Es werden sowohl die Kernbestände der Mathematikdidaktik als auch jene der Idiolektik beschrieben und deren Forschungsstand ermittelt. Da es sich bei der Idiolektik um eine noch wenig bekannte Methode handelt, geht die Forscherin zuerst darauf ein. Bei der Mathematikdidaktik wird vorwiegend die sprachliche Dimension fokussiert und diskutiert. Als Untersuchungsgegenstand liegen zwei Settings mit je vier Probanden/Probandinnen vor. Es ist dies zuerst eine adaptiv-mathematikdidaktisch begleitete Lernumgebung zum Thema der geometrischen Begriffsbildung („Explodierende Würfel“ nach Wollring, 2016), bei der die individuelle Konzeptbildung im Zentrum steht und durch „lautes Denken“ erforscht werden soll. Ein daran anschließendes idiolektisches Einzel-Gespräch, das als „paralogisches Interview“ gesehen werden kann, soll darüber Aufschluss geben, was Schülerinnen und Schüler wiedergeben, wenn sie nach der idiolektischen Methode befragt werden und ob dabei zu den mathematischen Konzepten und darüber hinaus Aussagen gemacht werden können. Die Fragestellung bezieht sich darauf zu untersuchen, inwiefern sich Ansätze der idiolektischen Gesprächsmethode im mathematikdidaktischen Kontext nutzen lassen und wenn ja, welchen Mehrwert sie bringen könnten. Die Studie zeigt auf, wie individuell Lernprozesse ablaufen einerseits und welche Art von Begleitung und Unterstützung im Aufbau mathematischer Konzepte vonnöten sind andererseits. Gleichzeitig wird gezeigt, wo im Unterricht und im schulischen Umfeld mittels idiolektischen Fragestellungen noch mehr erreicht werden kann als bisher angenommen.

5 Literaturverzeichnis

Abshagen, Maike; Barzel, Bärbel; Kramer, Jürg; Riecke-Baulecke, Thomas; Rösken-Winter, Bettina; Selter, Christoph (Hrsg.) (2017). *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten.* Klett, Kallmeyer.

Akert K.; Hummel P. (1963). *Anatomie und Physiologie des limbischen Systems*. Aus dem Institut für Hirnforschung der Universität Zürich.

Barzel, Bärbel; Holzäpfel, Lars; Leuders, Timo; Streit, Christine (2011a). *Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren*. Cornelsen. 2. Auflage 2012.

Barzel, Bärbel; Hußmann, Stephan; Leuders, Timo; Prediger, Susanne (2011b). *Das macht Sinn.* Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. In: PM Heft 37.

Barzel, Bärbel; Hußmann, Stephan; Leuders, Timo; Prediger, Susanne (2011c). *Systematisieren und sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen*. In: Mathematik lehren, 164, 2-9.

Beck, Ulrich (1986). *Risikogesellschaft. Auf dem Weg in eine andere Moderne*. suhrkamp.

Bindernagel, Daniel; Krüger, Eckard; Rentel, Tilmann; Winkler, Peter (Hrsg.) (2010). *Schlüsselworte. Idiolektische Gesprächsführung in Therapie, Beratung und Coaching*. Carl-Auer.

Bindernagel, Daniel (Hrsg.) (2016): *Die Eigensprache der Kinder*. Idiolektische Gesprächsführung mit Kindern, Jugendlichen und Eltern. Carl-Auer.

Braun, Peter (1993). *Tendenzen in der deutschen Gegenwartssprache*. W. Kohlhammer.

Bruner, Jerome (1970). *Der Prozess der Erziehung*. Düsseldorf: Schwann.

Christen, Helen (2005). *Die Deutschschweizer Diglossie und die Sprachendiskussion*. In: Sprachendiskurs in der Schweiz: vom Vorzeigefall zum Problemfall. Hrsg. Schweizerische Akademie der Geistes- und Sozialwissenschaften. Bern. 85-96.

Cummins, Jim (1986). *Language proficiency and academic achievement*. In: Ahrenholz, Berndt (Hrsg.). Deutsch als Zweitsprache.

D-EDK (Deutschschweizer Erziehungsdirektorenkonferenz, 2011). *Lehrplan 21*. Ein Produkt der D-EDK. Https://www.d-edk.ch. Letzter Zugriff: 30.10.2018.

Dresing, Thorsten; Pehl; Thorsten (2018). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse*. Anleitung und Regelsystem für qualitativ Forschende. 8. Auflage. Marburg.

Düsing, Elke (2014). *Forschen im Praxissemester. Überblick, Methoden, Beispiele*. bohndick. https://blogs.uni-paderborn.de/fips/2014/11/26/lautes-denken/. Letzter Zugriff: 19.11.2018

DZLM (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2011). https://www.dzlm.de. Letzter Zugriff: 30.10.2018.

EDK (Erziehungsdirektion-Planversammlung, 2011). http://www.edk.ch/dyn/23791.php. Letzter Zugriff: 29.10.2018

EDK (Erziehungsdirektion-Planversammlung, 2011). *Nationale Bildungsstandards. Grundkompetenzen für die Mathematik*.

Erath, Kirstin (2017*). Mathematisch diskursive Praktiken des Erklärens*. Rekonstruktion von Unterrichtsgesprächen in unterschiedlichen Mikrokulturen.

Ferguson, Charles A. (1959). *Diglossia*. In: Word 15, 325-340.

Flick, Uwe (2006). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung*. rowohlts.

Forum Helveticum (2005). https://forum-helveticum.ch/de/netzwerk/verein-schweizerdeutsch. Letzter Besuch: 07.11.2018.

Gibbson, Pauline 2010. *Learning Academic Registers in Context*. In: Benholz, Claudia, u.a. (Hrgs.). Fachliche und sprachliche Förderung von Schülern mit Migrationsgeschichte. Waxmann, Münster, 25-37.

Gogolin, Ingrid (2009). *Zweisprachlichkeit und die Entwicklung bildungssprachlicher Fähig keiten.* In: Gogolin, Ingrid (Hrsg.). Streitfall Zweisprachigkeit. 263-280.

Götze, Daniela (eingereicht). *Förderung des Beschreibens und Begründens operativer Muster – Ergebnisse einer Grundschulstudie zum Scaffolding*. Journal für Mathematik-Didaktik.

Grawe, Klaus (2004). *Neuropsychotherapie*. Hogrefe.

Grossheim, Michael (2012). *Der Mensch in der Phänomenologie*. Rostocker Phänomenologische Manuskripte (RPM). Universität Rostock.

Jonas, A.D.; Daniels, A. (1987). *Was Alltagsgespräche verraten*. Verstehen Sie Limbisch? Hannibal Verlag, Wien. 6. Auflage 2016.

Haag, N.; Heppt, B.; Roppelt, A. & Stanat, P. (2015). *Linguistic simplification of mathematics items: effects for language minority students in Germany*. European Journal of Psychology and Education.

Härtig, K. (1974). *Zur Systematisierung des Inhalts von Mathematiklehrgängen*. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematik– Naturwissenschaftliche Reihe Heft 5, 459-546.

Heistinger, Andrea 2006. *Qualitative Interviews. Ein Leitfaden zu Vorbereitung und Durchführung inklusive einiger theoretischer Anmerkungen*. PDF-Datei, Uni Wien.

Hoffmann-Riem, Christa (1980). *Die Sozialforschung einer interpretativen Soziologie.* In: Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie 32(2). 339-372.

KMK (Kultusministerkonferenz) (2003). https://www.kmk.org. Letzter Zugriff: 29.10.2018

KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 04.12.2003*. München: Luchterhand, Wolters, Kluwer.

KMK (2005a). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, Beschluss vom 15.10.2004*. München: Luchterhand, Wolters, Kluwer.

KMK (2005b). Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz – Erläuterungen zur Konzeption und zur Entstehung. München: Luchterhand, Wolters, Kluwer.

Koch, Peter; Österreicher, Wulf (1985). *Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von Sprachtheorie und Sprachgeschichte*. In: Romanistisches Jahrbuch 36, Walter de Gruyter u.a., 15-43.

Krauthausen, Günter; Scherer, Petra (2000). Einführung in die Mathematikdidaktik. Springer Spektrum. 3. Auflage 2007.

Lakoff, George; Johnson, Mark (©1980, aus dem Amerikanischen übersetzt: Methapors we live by). *Leben in Metaphern*. Konstruktion und Gebrauch von Sprachbildern. Carl-Auer. 9. Auflage 2018.

Leuders, Timo; Leuders, Juliane (2012). *Mathe können*. Ein Ratgeber für Eltern. Klett. Kallmeyer.

Maier, H.; Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*. oebv und hpt Verlagsgesellschaft.

Mandl, Heinz; Gerstenmaier, Jochen (Hrsg) (2000). *Die Kluft zwischen Wissen und Handeln*. Empirische und theoretische Lösungsansätze. Hogrefe.

Mies, Maria (1995). *Feministische Forschung – Wissenschaft – Gewalt – Ethik*. In: SHIVA, Vendana/Mies. Ökofeminismus. Beiträge zu Theorie und Praxis. Zürich.

Müller, Andreas (2001). *Lernen steckt an*. Spirit of learning. h.e.p.

Maier, Hermann; Schweiger Fritz (1999). *Mathematik und Sprache*. Öbv & htp. Wien.

Meyer, Markus; Jansen, Christian (2016). *Schulische Diagnostik*. Eine Einführung. utb.

Meyer, Michael; Prediger, Susanne (2012). *Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht. Herausforderungen, Chancen und Förderansätze*. In: PM 45. Thema: Ausgesprochen Mathe – Sprachen fördern.

Pöhler, B.; Prediger, S. (2017). *Verstehensförderung erfordert auch Sprachförderung – Hintergründe und Ansätze einer Unterrichtseinheit zum Prozente verstehen, erklären und berechnen*. In: Fritz, A.; Ricken, G.; Schmidt, S. (Hrsg.). Handbuch Rechenschwäche. S. 436-459. Beltz.

Poimann, Horst (2008a). *Idiolektik: richtig fragen*. Huttenscher Verlag 507. 3. Auflage 2018.

Poimann, Horst (2008b). *Vier Ebenen der Idiolektik*. Huttenscher Verlag 507.

Poimann, Horst; Ehrat, Hans Hermann (Hrsg.) (2009). *Idiolektik: Eigensprache, Psychosomatik, Edukation*. Wichtiges aus zwei Jahrzehnten. Huttenscher Verlag 507.

Poimann, Horst (2016). *Idiolektik 4.0.* Überlegungen zur Entwicklung der Idiolektik für die nächsten 30 Jahre. Huttenscher Verlag 507.

Prediger, Susanne; Wessel, Lena (2012). *Darstellungen vernetzen. Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln*. In PM 45. Thema: Ausgesprochen Mathe – Sprachen fördern.

Prediger, Susanne; Wessel, Lena (2013). *Fostering German language learner's constructions of meanings for fractions – Design an effects of a language- and mathematics-integrated intervention*. Mathematics Education Research Journal, 25(3), 435-456.

Prediger S.; Wilhelm, N.; Büchter, A.; Benholz, C.; Gürsoy, E. (2015). *Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen*. 10. Journal für Mathematik-Didaktik. 36(1), 77-104.

Prediger, S.; Krägeloh, N. (2015). *Low achieving eight graders learn to crack word problems: a design research project for aligning strategic scaffolding tool to students' mental processes*. ZDM, 47(6), 947-962.

Prediger, Susanne; Wessel, Lena (2017). *Brauchen mehrsprachliche Jugendliche eine andere fach- und sprachintegrierte Förderung als einsprachige?* Differentielle Analysen zur Wirksamkeit zweier Interventionen in Mathematik. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft.

Prediger, Susanne; Scherer, Petra (2018). In: *Studienbrief Masterstudiengang „Berufsbegleitende Lehrerbildung Mathematik"*. Modul 6. Erkenntnisse und Nutzen der fachdidaktischen Forschung II: Vertiefungsmodul.

Rogers, Carl Ransom (1991). *Die klientenzentrierte Gesprächspsychotherapie.* Client-Centered Therapy. Fischer Taschenbuch. Frankfurt a. M.

Rogers, Carl Ransom (2009). Deutsch: *Eine Theorie der Psychotherapie, der Persönlichkeit und der zwischenmenschlichen Beziehungen*. München. Reinhardt.

Roth, Gerhard (2002). *Gleichtakt im Neuronen-Netz*. In: Gehirn und Geist 1/02. 38-46.

Ruwisch, Silke; Peter-Koop, Andrea (Hrsg.) (2003). *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Mildenberger Verlag. 9. Auflage 2015.

Schukajlow, S.; Leiß, D. (2012). *Mapping: Ein Erklärungsinstrument im anwendungsorientierten Mathematikunterricht*. In: Blum, W.; Borromeo Ferri, R.; Maaß, K. (Hrsg.). Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität.

S. 116-128. Vieweg+Teubner.

Seidel, T.; Shavelson, R. J. (2007). *Teaching Effectiveness Research in the Past Decade: The Role of Theory and Research Design in Disentangling Meta-Analysis Results*. Review of Educational Research, 77(4), 454-499.

Short, Deborah J. (2017). *How to Inegrate Content and Language Learning Effectively for English Language Learners*. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13(7b), 4237-4260.

Smit, J.; van Eerde, A. A.; Bakker, A. (2013). *A conceptualisation of whole-class scaffolding*. British Educational Research Journal, 39(5), 817-834.

Stanat, P. (2006). *Disparitäten im schulischen Erfolg: Forschungsstand zur Rolle des Migrationshintergrunds*. Unterrichtswissenschaft. 36(2), 98-124.

Thürmann, Eike; Vollmer, Johannes (2012). *Schulsprache und sprachsensibler Fachunterricht. Eine Checkliste mit Erläuterungen*. In: Röhner, Ch. & Hövelbrinks, B. (Hrgs.). Fachbezogene Sprachförderung in Deutsch als Zweitsprache. Juventa.

Ufer, S.; Reiss, K. & Merhinger, V. (2013). *Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz*. In: Becker-Mrotzek M.; Schramm, K.; Thürmann, E. & Vollmer H. J. (Hrsg.). Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen. S. 167-184. Waxmann.

Waasmaier, S. (2009). *Aktiv-entdeckendes metakognitives Lernen im Mathematikunterricht der Hauptschule. Entwicklung und Förderung fachbezogener und fachübergreifender Kompetenzen im Rahmen eines Unterrichtsprojektes in der 7. und 8. Jahrgansstufe*. Franzbecker.

Wagenschein, Martin (1968). *Verstehen lehren. Genetisch - Sokratisch - Exemplarisch*. Beltz, Weinheim. Berlin.

Winter, Heinrich (1975). *Allgemeine Lernziele im Mathematikunterricht?* In: Zentralblatt der Didaktik für Mathematik. 106-116.

Winter, Heinrich (1983). *Über die Entfaltung begrifflichen Denkens im Mathematikunterricht* In: Journal für Mathematikdidaktik 4(3), 175-204.

Wollring, Bernd (2016). *Wie entstehen geometrische Begriffe? Mentale Übungen an explodierenden Würfeln und schmelzenden Kugeln*. In: Mathematik differenziert 2016 (1).

6 Abbildungsverzeichnis

Titelseite: GIG. Gesellschaft für Idiolektik und Gesprächsführung. https://idiolektik.de. Verantwortlicher für die Internetseiten ist: GIG Geschäftsstelle, Traubengasse 15, D-97072 Würzburg. Letzter Besuch: 12.11.2018

Abb. 1 Eingeschätzte Wichtigkeit und Wirksamkeit idiolektischer Gesprächsführung in Abhängigkeit von den Berufsgruppen. Skala 1-7.
Abb. 2 Vereinfachte Darstellung des 1970 veröffentlichten Triune-Brain-Modells von McLean (1913-2007)
Abb. 3 Gliederung der Großhirnrinde (Neocortex) nach funktionellen Gesichtspunkten. Der limbische Assoziationscortex als Verbindung zum limbischen System.
Abb. 4 Schema Paralogisches Interview. Eigene Darstellung
Abb. 5 Diagnosebereiche nach Meyer/Jansen (2016)

Anhang

1) Kompetenzmodell Mathematik 2011

KOMPETENZMODELL MATHEMATIK

Grundkompetenzen für die Mathematik | 16. Juni 2011 | Seite 7

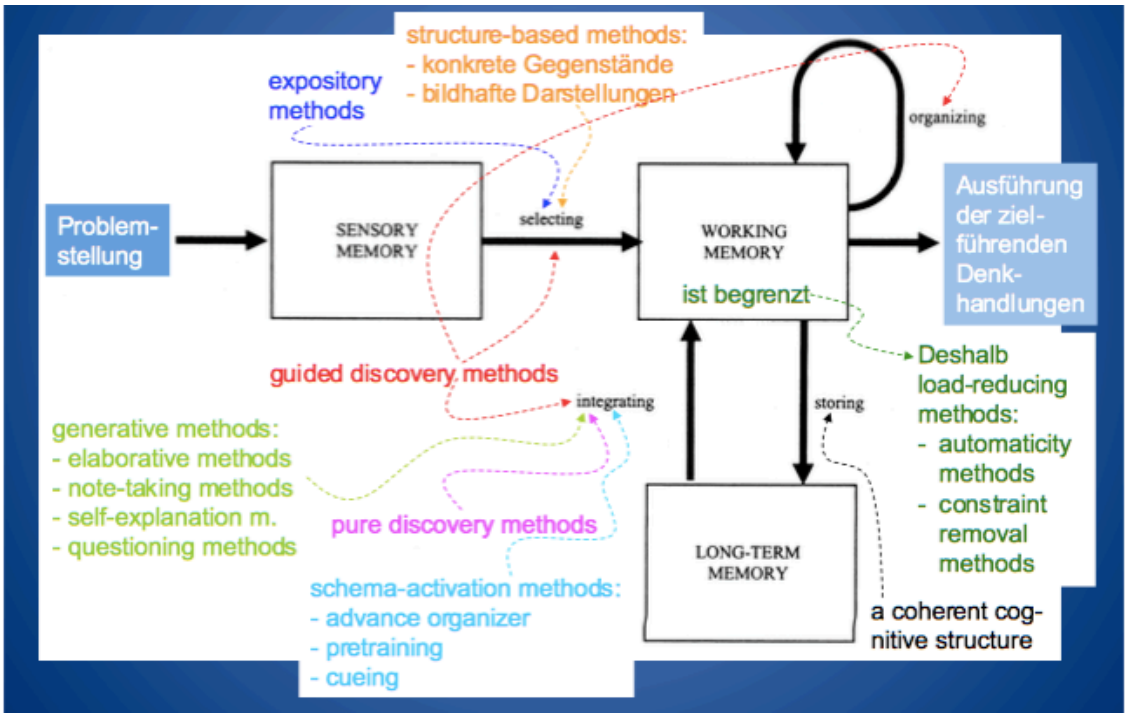
2) Lehrplan 21 für das Fach Mathematik

Tabelle 1: Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

3) SOI-Modell nach Mayer /Wittrock 2004: Selecting – Organizing – Integrating – (Storing)

Als Hauptproblem des Ansatzes von Mayer (2001) kann die Tatsache erwähnt werden, dass - wie in vielen anderen ID-Theorien und Modellen (Instruktionsdesign) - keine motivationalen Aspekte des Lehrens und Lernens (wie z. B. das ARCS-Modell) Berücksichtigung finden. Aus diesem Grund versuchten Astleitner/Wiesner (2003) in ihrem Integrativen Modell Multimedialen Lernens sowie auch Astleitner/Pasuchin/Wiesner (2006), besonders die Komponente Motivation hervorzuheben, um Mängel der populären Kognitiven Theorie Multimedialen Lernens von Mayer auszugleichen. Eine weitere Ergänzung erfolgte durch Wiesner (2008), indem die Komponente Emotion (Emotionales Lernen) hinzugefügt wurde.


structure-based methods:
- konkrete Gegenstände
- bildhafte Darstellungen
expository methods
organizing
Problem-stellung
SENSORY MEMORY
selecting
WORKING MEMORY
ist begrenzt
Ausführung der ziel-führenden Denk-handlungen
Deshalb load-reducing methods:
- automaticity methods
- constraint removal methods
guided discovery methods
integrating
storing
generative methods:
- elaborative methods
- note-taking methods
- self-explanation m.
- questioning methods
pure discovery methods
LONG-TERM MEMORY
schema-activation methods:
- advance organizer
- pretraining
- cueing
a coherent cog-nitive structure

Erklärung

Hiermit versichere ich ausdrücklich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Ich versichere insbesondere ausdrücklich, dass ich bei Anfertigung der vorliegenden Arbeit keine Dienstleistungen oder sonstigen Unterstützungsleistungen, gleich welcher Art, von Ghostwriter-Agenturen bzw. vergleichbaren Dienstleistungsanbietern oder sonstigen Dritten, gleich ob ent-geltlich oder unentgeltlich, in Anspruch genommen habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus gedruckten, elektronischen oder anderen Quellen entnommene oder entlehnte Textstellen sind von mir eindeutig als solche gekennzeichnet worden.

Mir ist bekannt, dass Verstöße gegen diese Versicherung nicht nur zur Bewertung der vorgelegten Prüfungsleistung mit „nicht ausreichend (5,0)“, sondern in schwerer wiegenden Fällen zu weiteren Maßnahmen der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel bis zur Exmatrikulation führen können.

Mir ist bekannt, dass die Arbeit digital gespeichert und durch eine Anti- Plagiatssoftware überprüft werden kann. Sowohl mit der Datenspeicherung als auch mit der Überprüfung meiner Arbeit durch den Einsatz einer Anti-Plagiatssoftware erkläre ich mich einverstanden.

Ich bin damit einverstanden, dass meine Masterarbeit als PDF-Datei innerhalb des Masterstudienganges veröffentlicht wird.

Ja X
Nein

Villnachern, 30. November 2018

Valérie Waldvogel